

# 強鋒存在時天氣發展兩層模式預報的試驗\*

陳雄山 劉瑞芝 許有豐 紀立人 顧震潮

(中國科學院地球物理研究所)

鋒是大氣中的重要構造。我們要把大氣中的斜壓性描寫得比較完全，我們所取的模式必須能夠適當的描寫出鋒。然而，在一般的兩層模式(xyp 或 xyz-系統)中所可以用來描寫溫度場的只有一個變數，即平均溫度  $\bar{T}$ ，因此，牠只能表示出一個遠為微弱的垂直的鋒區。作為一個傾斜的構造，鋒在兩層模式中是表示不出來的<sup>[1]</sup>。因此，雖然有些兩層數值預報方案中也儘量設法考慮到鋒面<sup>[2]</sup>，但是由於兩層模式描寫能力的這種限制，並不能把鋒面的作用充分考慮好。

顯然要在模式中把鋒面描寫得更好，辦法之一就是多取層次。但是三層模式還不能對鋒的描寫改進太多，而更多層的模式在預報中要增加許多計算工作量，因此，這辦法有一定的不方便。另一個辦法是改變所取的坐標系統。大家知道，鋒面的上下界一般與等位溫面(或等假相當位溫面)平行，而在鋒區內外因為穩定度不同位溫的梯度也有不同。所以在  $xy\theta$  系統中我們取鋒的上下限的兩個等位溫面作為我們的預報層次，那末這種兩層模式可以把傾斜的鋒描寫得比較貼切些。從而在這兩層模式中天氣的斜壓發展也可預報得更好一些。我們這裏所作的就是這種預報模式的一個試驗。

方法 在  $xy\theta-t$  系統可引入流函數  $\psi = c_p T + \phi$ ，其中  $c_p$  為定壓比熱， $T$  為絕對溫度， $\phi$  為位勢高度。於是靜力方程及地轉風公式變為  $\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = c_p \frac{T}{\theta}$ ， $V = \frac{1}{f} k \times \nabla \psi$ 。  
位置渦度定義為

$$q = -(\zeta + f) \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^{-1}, \quad (1)$$

其中  $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ ，利用關係式

$$\begin{aligned} \partial p / \partial \theta &= -\frac{1000}{\theta \kappa} \left( \frac{T}{\theta} \right)^{1/\kappa} \\ &= -\frac{1000}{\kappa c_p^{1/\kappa} \theta} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^{1/\kappa}, \end{aligned}$$

\* 1957 年 5 月 23 日收到。

其中  $\kappa = (c_p - c_v)/c_p$ , 我們可以把  $q$  寫成

$$q = \frac{\kappa c_p^{1/\kappa} \theta}{1000} (\zeta + f) \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^{-1/\kappa} \quad (2)$$

取鋒的下限為  $\theta_2$ , 鋒的上限為  $\theta_3$ , 而大氣上界的邊界條件取  $\theta_4$  面上的流函數  $\psi_4$  不變. Charney 和 Phillips<sup>[3]</sup> 取的上界條件是  $(\psi - c_p T)_{\theta_4} = \phi_{\theta_4}(x, y)$ , 其中  $\phi_{\theta_4}(x, y)$  不隨時間改變, 而溫度局地變化由平流決定, 這與事實不符. 因此, 按照這樣的上界邊界條件在本例中得到的 12 小時後的  $\psi_{\theta_4}$  場與實況相差得很遠.

預報方程是

$$\begin{aligned} \partial q_{\theta_2} / \partial t &= \frac{m^2}{f} J(q_{\theta_2}, \psi_{\theta_2}), \\ \partial q_{\theta_3} / \partial t &= \frac{m^2}{f} J(q_{\theta_3}, \psi_{\theta_3}), \end{aligned} \quad (3)$$

現在我們用 Fjørtoft<sup>[4]</sup> 方法在  $\theta_3$  及  $\theta_2$  面上用  $\bar{\psi}$  場 (就是四周最近四點的  $\psi$  平均值作為中間這點的值) 的地轉風來推等  $q$  綫, 連推兩次 (各六小時) 的距離就求得 12 小時以後的  $q$  場. 這是因為一般說來  $\psi$  場隨時間、空間變化較大, 用它來推  $q$  不易正確, 而  $\bar{\psi}$  場比較變化小些, 用來推  $q$  場比較適宜. 用  $\bar{\psi}$  場推  $q$  的合法性可以這樣證明: 我們將  $\psi$  分成二部份  $\psi = \psi^* + \psi^{**}$ , 其中  $\psi^{**} \equiv c(x, y)q$ ,  $c$  是未定係數, 那末

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}^* + \frac{c}{f} \nabla q \times \mathbf{k} + \frac{q}{f} \nabla c \times \mathbf{k}. \quad (4)$$

注意  $cq$  與  $\psi$  同量綱, 並使  $cq = \psi - \bar{\psi} + J(\varphi)$ , 故

$$c = \frac{fd^2}{4} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^{1/\kappa}$$

因此

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^* &= \mathbf{V} - \mathbf{V}^{**} = \frac{1}{f} \nabla [\psi - (\psi - \bar{\psi} + J(\varphi))] \times \mathbf{k} \\ &= \frac{1}{f} \nabla (\bar{\psi} + J(\varphi)) \times \mathbf{k} \equiv \bar{\mathbf{V}} + \mathbf{V}_d, \end{aligned}$$

$J(\varphi)$  與 [4] 的定義與 [4] 中相似. 由此得

$$\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \frac{c}{f} \nabla q \times \mathbf{k} + \mathbf{V}_d + \frac{q}{f} \nabla c \times \mathbf{k}, \quad (5)$$

式中第二項所代表的速度向量用來推  $q$  場時沒有作用, 第三項的  $\mathbf{V}_d$  作用也很小<sup>[4]</sup>, 根據實際計算用  $\frac{q}{f} \nabla c \times \mathbf{k}$  推  $q$  場比用  $\bar{\mathbf{V}}$  場推  $q$  場的結果小很多 (差兩個量級), 因此可以用  $\bar{\psi}$  場代  $\psi$  來推  $q$  場.

這樣, 求出  $q_2, q_3$  的未來分佈後, 我們就可以根據下式用鬆弛法求出 12 小時後的  $\psi_{\theta_2}$  和  $\psi_{\theta_3}$  場:

$$\left. \begin{aligned} (\Sigma \psi - 4\psi_0)_{\theta_2} &= \frac{f(\Delta s)^2}{m^2} \left( \frac{q}{c} \right)_{\theta_2} \left( \frac{\psi_{\theta_2} - \psi_{\theta_3}}{\theta_3 - \theta_2} \right)^{1/\kappa} - \frac{f^2(\Delta s)^2}{m^2}, \\ (\Sigma \psi - 4\psi_0)_{\theta_3} &= \frac{f(\Delta s)^2}{m^2} \left( \frac{q}{c} \right)_{\theta_3} \left( \frac{\psi_{\theta_3} - \psi_{\theta_2}}{\theta_4 - \theta_3} \right)^{1/\kappa} - \frac{f^2(\Delta s)^2}{m^2}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中  $\Sigma \psi - 4\psi_0$  表示四周四點的  $\psi$  值減去中間  $\psi$  值的四倍。 $\Delta s$  是網格的距離(取 400 千米),  $c = \frac{\kappa c_p^{1/\kappa} \theta}{1000} = \text{常數}$ 。側面的邊界上取原來的  $\psi$  值。

**實例** 我們所取的例子是 1956 年 1 月 4 日 (15 國際時) 到 1 月 5 日 (03) 的東亞形勢變化。在 1 月 4 日以前, 500 毫巴上烏拉爾的暖高脊很強, 貝加爾湖附近有冷低壓中心, 我們北部有比較強的平直西風的相應的行星鋒區。這形勢維持了已經很久。由 1 月 4 日 (15) 到 1 月 5 日 (15), 貝加爾湖的低壓中心突然東移, 鋒區隨之南移, 造成一次寒潮。

在 4 日 (15) 鋒區的大概情形可以從伊爾庫次克到福州的剖面圖 (圖 1) 看出。鋒區下界大致與  $\theta_2 = 295A$  一致, 下界大致與  $\theta_3 = 310A$  一致。而  $\theta = 345A$  大致與等壓面平行。我們就把它各取做兩層模式的預報層次和模式上界。在 4 日 (15),  $\theta_3, \theta_2$  等熵面的流綫如圖 2, 3。計算的範圍如圖 2, 預報範圍見圖 3。在本例中  $m$  的作用很小, 從略。

由此求出的 12 小時後的預報流場如圖 4、5, 而實況如圖 6、7。

從圖 4—7 可見蒙古上空的低中心位置預報得較好。在  $\theta = 310A$  一層上低中心東移了六個經度, 而預報圖也報出東移。在  $\theta = 295A$  一層上預報的蒙古上空的低壓中心位置也與實況符合, 而且圖中中國中部的低槽與黃海上的四脊也預報出來。但預報的低中心在上下兩層上都報得太強。圖 4 中低中心的  $\psi$  預報值比實況低  $20 \times 10^2$  米<sup>2</sup>/秒<sup>2</sup>, 圖 5 中也低了  $15 \times 10^2$  米<sup>2</sup>/秒<sup>2</sup>。可能因為在位置渦度  $q$  中的  $\zeta$  中用了地轉近似<sup>[5]</sup> 及上界條件的緣故 (見後)。在預報圖上的蘇聯濱海省低中心報得不好, 則是側面

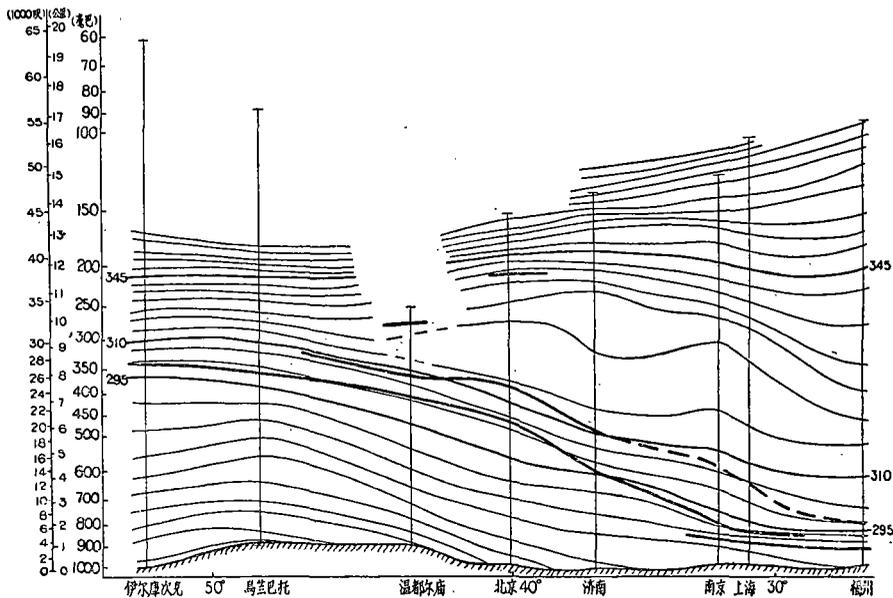


圖 1. 1956 年 1 月 4 日 (15 國際時) 從伊爾庫次克到福州的剖面圖。粗綫：鋒的上下界限及對流頂。次粗的綫：與鋒的上下界限較近的等位溫綫。細綫：等位溫綫

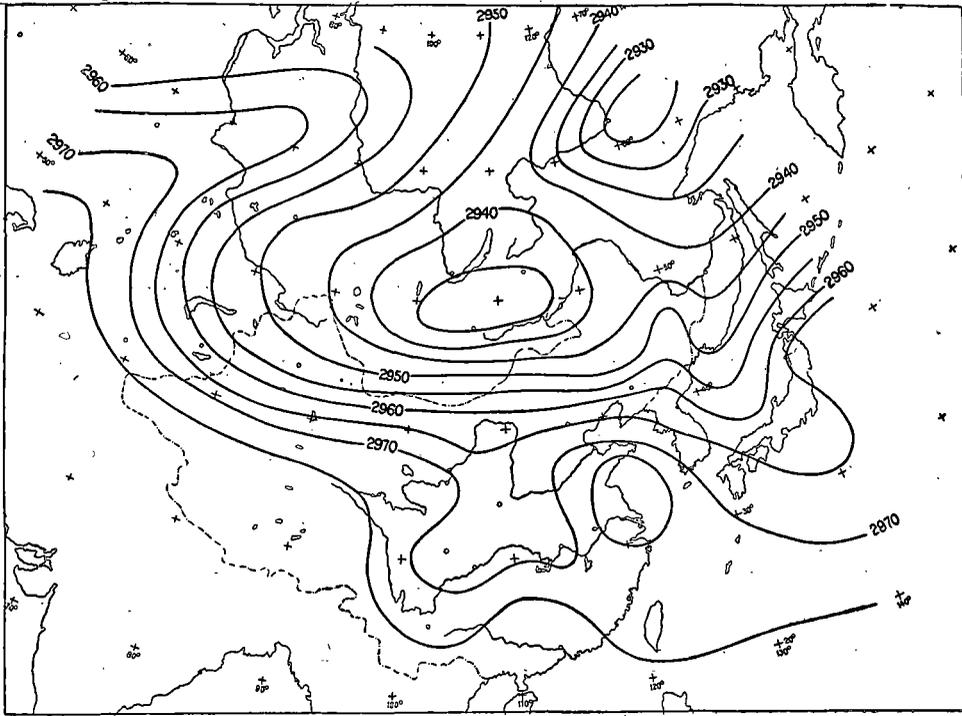


圖 2. 1956 年 1 月 4 日(15)  $\theta = 295A$  上的流綫

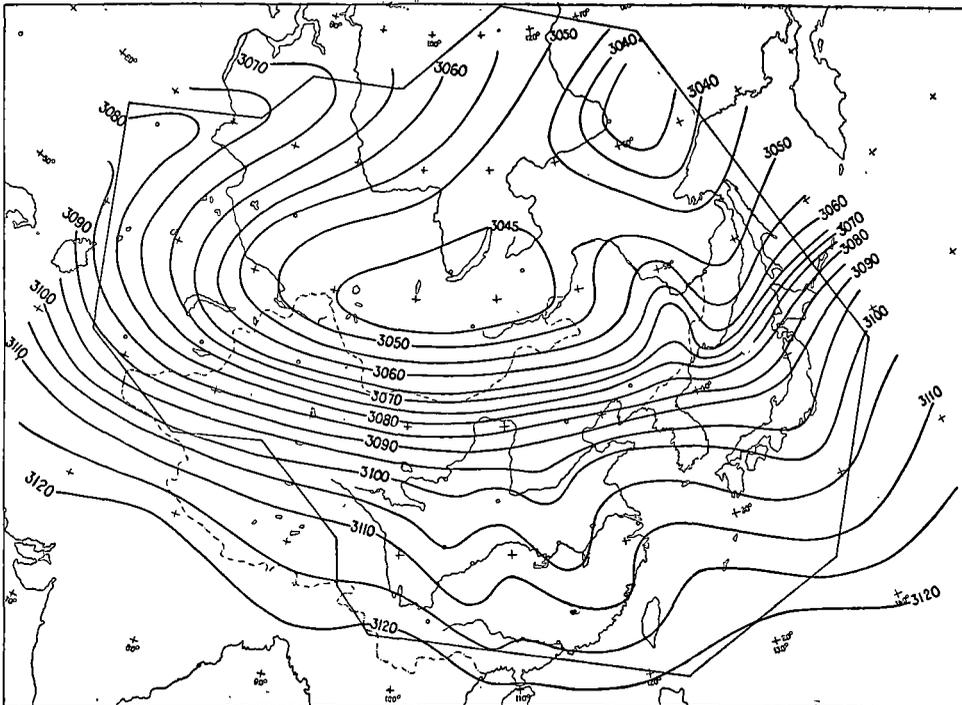


圖 3. 1956 年 1 月 4 日(15)  $\theta = 310A$  上的流綫

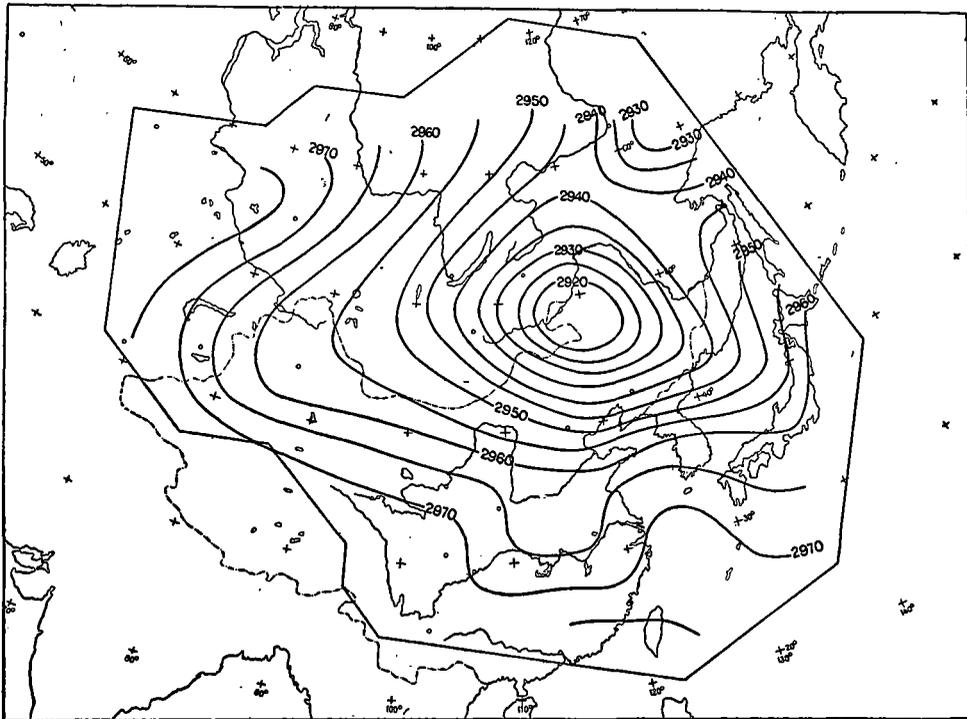


圖 4. 1956 年 1 月 5 日(03)  $\theta = 295A$  上的流綫(預報)內圈邊界是弛放法計算時所用邊界

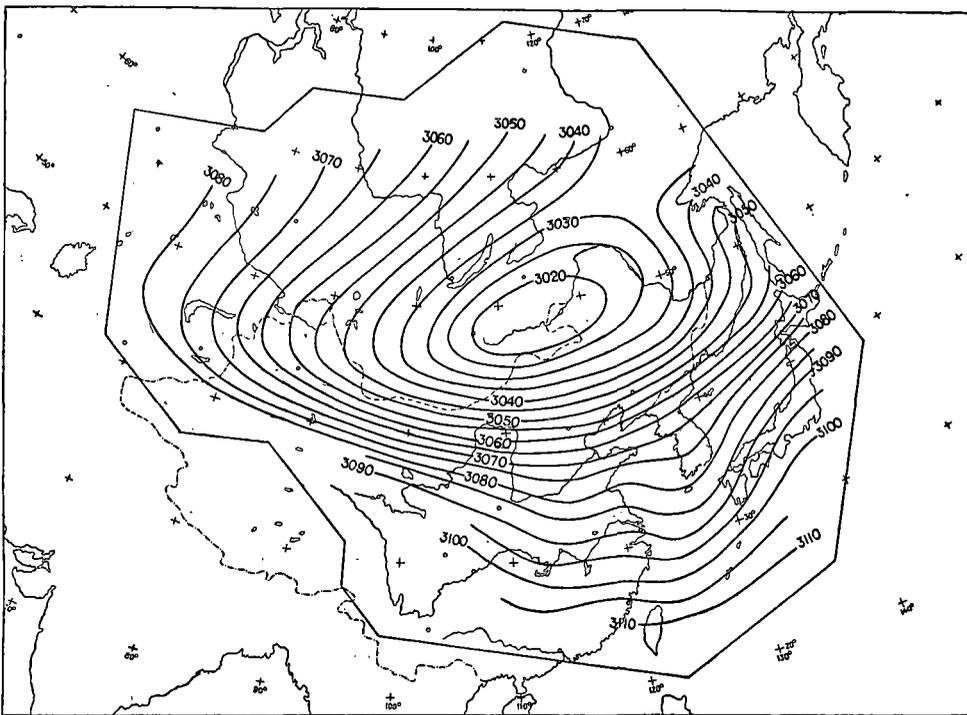


圖 5. 1956 年 1 月 5 日(03)  $\theta = 310A$  上的流綫(預報)

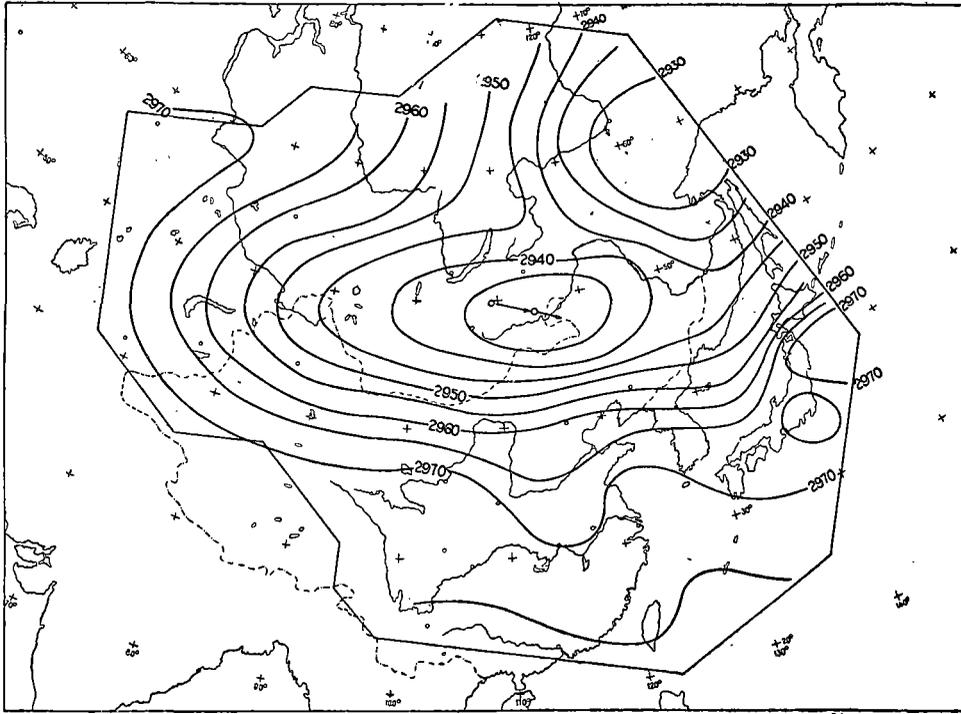


圖 6. 1956 年 1 月 5 日(03)  $\theta = 295A$  上的流綫(實況)

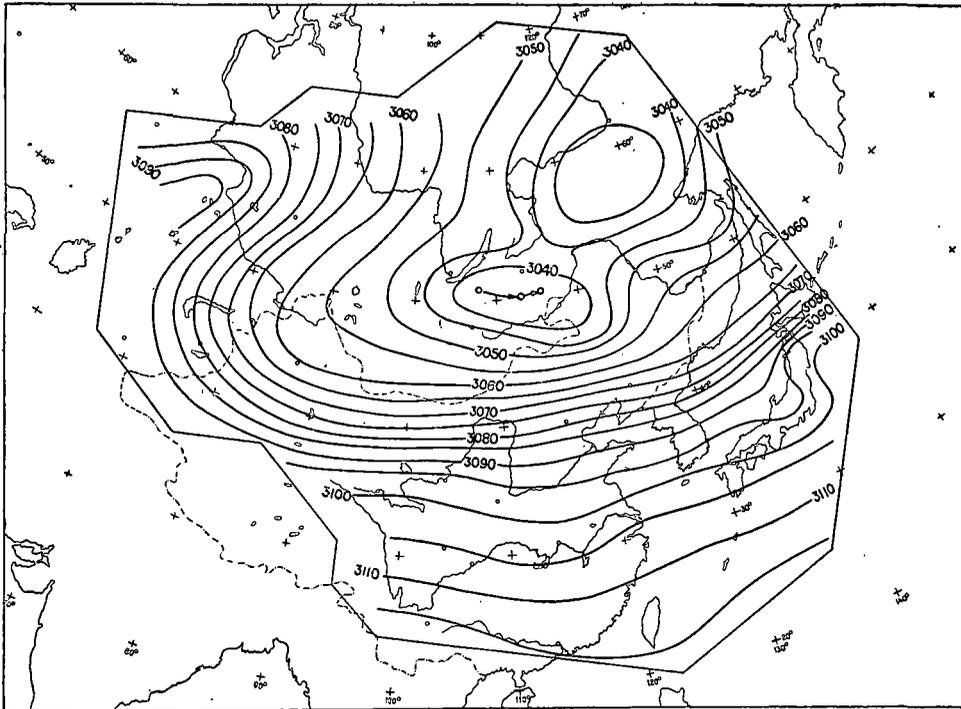


圖 7. 1956 年 1 月 5 日(03)  $\theta = 310A$  上的流綫(實況)

邊界條件的關係。

我們也做了 xyp-系統的兩層預報,  $p_1 = 300\text{mb.}$ ,  $p_2 = 700\text{mb.}$ 。由於在等壓面上流型變化較小, 預報的結果並不能明顯地表示出模式的預報能力。較大的錯誤是新疆河西一帶鋒面南移比較多, 貝加爾湖到中亞的槽轉而伸向西南, 似乎不及 xy $\theta$ -系統的兩層模式的預報。

這 xy $\theta$  面中兩層模式的缺點是預報範圍主要限於行星鋒區附近。因為等熵面傾斜很大, 往南不遠就到達地面 (要避免這困難就要增加層次)。不過一般說來行星鋒區附近也正是變化較大的區域。

另一個問題是邊界條件。上界的邊界條件不容易取。我們不得已取上界的流函數不變, 但這樣取對預報還是有影響的, 因為從預報的  $q$  場求  $\psi$  場時在 (6) 式中有  $\left(\frac{\psi_{\theta_4} - \psi_{\theta_2}}{\theta_4 - \theta_2}\right)^{1/\kappa}$ , 而  $\frac{1}{\kappa} = 3.5$  還相當大。假如  $\psi_{\theta_4}$  的值是減小的, 但我們仍取  $\psi_{\theta_4}$  的值不變, 那末這項顯然失之過大, 由 (6) 解出來的  $\psi_{\theta_3}$  (因而  $\psi_{\theta_2}$ ) 也要顯得低了。我們預報的情況就是這樣。上界條件如何取法更合適些, 在這裏仍是一個問題。或許我們可以假定  $\psi_{\theta_4} - \psi_{\theta_3}$  保持不變加以推移求出預報時間的  $\psi_{\theta_4} - \psi_{\theta_3}$  會比假定  $\psi_{\theta_4}$  不變要好一些。

### 參 考 文 獻

- [1] 葉篤正, 蘇聯平流動力分析理論, 氣象學報, **24** (1953), 225—252.
- [2] Садоков, В. П., *М. и Г.*, № 7. (1956), 14—19.
- [3] Charney, J. G. and N. A. Phillips, *Jour. Met.*, **10** (1953), 21—99.
- [4] Fjørtoft, R., *Tellus*, **4** (1952), 179—194.
- [5] Charney, J. G., B. Gilchrist and F. G. Schuman, *J. Met.*, **13** (1956), 489—499.

## A TEST OF TWO-PARAMETER MODEL FOR A SITUATION WITH A STRONG FRONT

CHEN YUNG-SAN and COLLABORATORS

(*Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

The development of a situation with strong front in the Far East is computed as a test for the two-parameter model in (xy $\theta$ -t) system. It is found that the result is better than that obtained from a two-parameter model in (xyp-t) system, as the front is better represented in the former model. However difficulty exists with regard to the boundary condition in (xy $\theta$ -t) system.