第 29 卷 第 1 期
1958 年 2 月

氣 象 學 報
ACTA METEOROLOGICA SINICA

Vol. 29, No. 1
Feb., 1958

中國地區大範圍定量降水數值預告圖解法的試驗*

章 淹

(中央氣象科學研究所)

提 要

本文引用兩層模式,以數值預告圖解法計算未來24小時後的500/1000mb 厚度圖、大範圍垂直運動分佈圖. 另外,還計算了 500 mb 層以下的水汽水平輸送量. 並由此算出24小時降水量的分佈圖. 文中並以1957年5月15—16日 08 時的我國地區情況為例,進行了實例計算.

為了要探討中國地區大範圍客觀的降水定量預告方法,我們試驗了下面這樣一個數值預告的圖解方法.

這個方法主要是參考 Estoque[1,2,3], Fjörotoft[4] 的數值預告圖解法及日本東京大學氣象研究室的降水量數值預告方法,並略加修改增補而進行的. 其中心思想是:(一)根據當前的實況,預告一定時間間隔 Δt 時以後的厚度圖 h',並從這 h' 圖求出 Δt 時間後,這層空氣的平均飽和比濕和總含水量 P_1. (二)另外, 從水汽的連續方程出發,假定 $\frac{dq}{dt}=0$, 其中 q 是比濕. 由水份的垂直輸送和水平輸送上來計算 Δt 時間之後,空中可有若干水份 P_2(包括 24 小時內將凝結降落到地面上的量). 以所得的 P_2 分佈圖減去 P_1 圖,便得到了 Δt 時間間隔內的雨量分佈圖.

具體的,我們從以下兩方面來進行預告計算:

(一)厚度場的預告(P_1 的預告)**

在準地轉風模式下,假定 500 mb 為無輻散層(L),垂直速度 $\omega\equiv\frac{dp}{dt}$ 對氣壓按正弦分佈在 500 mb 最大:

$$\omega(x, y, p, t)=2^{1/2}\,\omega_c(x, y, t)\sin\left[\frac{\pi}{2}\,\frac{P_0-p}{P_0-P_L}\right]. \tag{1}$$

又假定 $\omega_{P_0}=0$, 而絕對渦度輸送 $v_0\cdot\nabla Q=0$, $v_L\cdot\nabla Q_0\approx 0$. 並只考慮由中層熱成風造成的厚度平流變化, Estoque[1] 得到差分形式下的二層預報公式:

$$\frac{\partial}{\partial t}\,(z_L-\bar{z}_L-G)=-\frac{g}{f}J\,(\bar{z}_L+G, z_L-\bar{z}_L-G), \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\,(h-B\bar{h})=-\frac{g}{f}J\,(z_0+B\bar{h}, h-B\bar{h})^{***}, \tag{3}$$

其中 z 是等壓面高度, h 是 500 mb 到 1000 mb 的厚度, B 與 G 是與地轉參數和地圖縮尺

* 1957 年 10 月 6 日收到.

** 其中 h' 圖的預告是按照 Estoque[1] 的方法來做的.

*** 在本文所選例子中,我國五月份的 z_0 圖,小系統甚多,不很穩定,為了平移推動時好算起見,我們將 z_0 圖再改作成 $\bar{z}'_0$ 圖. $\bar{z}'_0$ 圖是以 $d=250$ 公里的柵格求得的, $\bar{z}'_0$ 的意義同 $\bar{h}$.

有關的參數,只隨緯度有微小變化,"—"表示對格子四周四點的平均值.

格距(d)取作 1000 仟米時 Estoque 把厚度的時間變化 Δh 簡化爲

$$\Delta h \approx \Delta(h - B\bar{h}); \tag{4}$$

因此,按照上述辦法,我們可以用圖解法求出一定時間間隔 Δt(在本文中,我們所取的 Δt 是24 小時)後的厚度 h':

$$h' = h_{t=0} + \Delta h. \tag{5}$$

另外,由 500—1000 mb 的厚度可以求出這兩層之間的飽和含水量. 根據靜力方程:

$$\left.\begin{aligned} dp &= -\rho g dz = -\frac{gP}{RT_v}dz, \\ h &= \frac{RT_{mv}}{g}\ln\frac{P_0}{P_L}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

其中 T_v 是虛溫,T_{mv} 是 P_0 到 P_L 層間的平均虛溫.

所以我們可以從預告的 h' 圖上,求出 Δt 時間後,P_0 到 P_L 層間的平均虛溫 T'_{mv}. 若我們預告的時候是有降水的,那麼空氣應在飽和狀態下*,即溫度等於露點 $T = T_d$. 根據虛溫的定義:

$$T_v = T(1 + 0.608q) = T_d(1 + 0.608q), \tag{7}$$

q 是比濕.

一定的等壓面上,每一個 T_d 即決定一個 q 值. 所以, 當我們有了兩等壓面之間的厚度和平均虛溫後,即可得到這一層空氣的平均比濕 q_m, 由此並可將 1000—500 mb 間各平均比濕值化爲它所相當的含水量值[6]. 那麼,從第一表上,我們便可以直接由預告的厚度 h' 查出這層空氣內所含水份所相當的每單位面積上的水柱高度(單位是毫米).

表 1.** 1000—500 mb 氣層厚度及含水量的換算表

厚度(位勢米)	h'	6269	6199	6142	6086	6027	5968	5909	5850	5791	5734	5680	5639
含水量(毫米)		184.6	160.9	141.6	122.4	104.8	91.5	77.4	66.3	57.0	48.4	40.9	34.7
厚度(位勢米)	h'	5566	5507	5455	5398	5343	5288	5239	5190	5140	5064	5032	
含水量(毫米)		29.2	24.3	20.3	16.9	13.9	12.0	9.5	8.0	6.6	5.7	4.5	

(二)濕度場的預告(P_2 的預告)

從水汽的連續方程出發,假定

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\left(v \cdot \nabla q + \omega\frac{\partial q}{\partial p}\right) = \left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_1 + \left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_2, \tag{8}$$

則 Δt 時間後的濕度爲 q':

* 這樣假定,略有誤差,見後討論.

** 表中所用飽和狀態下,各等壓面上的露點、比濕值是採用參考文獻[7]上的數值.

$$q' = q_{t=t_0} + \frac{\partial q}{\partial t}\Delta t, \tag{9}$$

其中 $q_{t=t_0}$ 是預告起始時間的觀測實況．$\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_1$ 是濕度的平流輸送，$\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_2$ 是垂直輸送．

(1) 水平輸送部份*：

根據 P_0 到 P_L 層間的濕度分佈實況，繪製成圖，求得濕度梯度 ∇q 的分佈圖，再以預告起始時間 700 mb 上的風向、風速作爲平移的方向和速度，外推 Δt 小時，求出 Δt 時間中的 $v\cdot\nabla q$ 的分佈．並以它與 $q_{t=t_0}$ 相加，繪製 $q_{t=t_0}+\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_1\Delta t$ 圖．

爲了計算方便起見，在繪製比濕分佈圖時，我們預先將 P_0 到 P_L 層間的比濕實況化爲相當於空中有若干毫米的含水量[6]．可根據這濕度值製成 $(v\cdot\nabla q)\Delta t$ 的數值表備查．

(2) 垂直輸送部份 $\left[\text{求}\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_2\right]$：

由(1)，P_0 層的准地轉渦度方程可寫成 $\left(\frac{\partial}{\partial t}+v_0\nabla\right)\left(\frac{g}{f}\nabla^2 z_0+f\right)=-\frac{\pi(2)^{-\frac{1}{2}}f\omega_c}{P_0-P_L}$，則在 500 mb 到 1000 mb 間的平均垂直速度在 Δt 中的平均值可寫成

$$\omega_{ca}=\frac{4\sqrt{2}\,gm^2(P_0-P_L)(\Delta z_0-\Delta\bar{z}_0)}{\pi f^2 d^2\Delta t}, \tag{10}$$

其中 Δz_0 是 1000 mb 高度在 Δt 時間中的變化，"—"的意義見前．在這個式子中，我們還需要求 Δz_0 及 $\Delta\bar{z}_0$，這可以按公式 (2)，(3) 作 500/1000 mb 厚度預告圖及 500 mb 等壓面圖的預告來求得．其中厚度預告圖在求 P_1 時已做出．

G 值是緯度的函數，可按 Estoque 的值改算如下，描繪成與緯圈平行的圖．

表 2.　各緯度上的 G 值

G 位勢米	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
φ 緯度	7.2	14.4	21.7	24.8	27.8	30.7	33.1	35.1	37.7	39.7	41.7	43.6
G 位勢米	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
φ 緯度	45.6	47.6	49.5	51.5	53.5	55.4	57.6	59.9	62.2	65.2	68.5	71.7

按 Estoque[1]，當 $d=1000$ 公里時 $\Delta z_L \doteq \Delta(z_L-\bar{z}_L-G)$，由此，從 Δz_L 及 Δh 上，我們可以得到

$$\Delta z_0=\Delta z_L-\Delta h; \tag{11}$$

由(10)式，取

$$\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_2\Delta t=\frac{\Delta t}{g}\,\omega_{ca}\int_{P_0}^{P_L}\frac{\partial q}{\partial p}\,dp, \tag{12}$$

假定 P_0 到 P_L 層之間，空氣處在飽和狀態下．

* 關於用這一步驟預告降水量的問題，在本文著者的"從水份的平流輸送來預告降水量"(未發表)一文中，另有較詳細的討論．

將(10)式代入(12)式，求出

$$\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_2 \Delta t = (\Delta \bar{z}_0 - \Delta z_0)M, \tag{13}$$

其中

$$M \equiv \frac{4\sqrt{2}\, m^2(P_0 - P_L)}{\pi d^2 f^2}\int_{P_0}^{P_L} \frac{\partial q}{\partial p}\, dp, \tag{14}$$

$\frac{\partial q}{\partial p}$ 取 q 在 p 方向的平均值. 可以寫成:

$$\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_a = \frac{\Delta q}{\Delta p}. \tag{15}$$

M的值可以製表查出. 其中$\left(\frac{\partial q}{\partial p}\right)_a$ 可以用預告起始時間與終止時間（由厚度預告上得出）二者的平均. 即取 $\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial q}{\partial p}\right)^a_{t=t_0} + \left(\frac{\partial q}{\partial p}\right)^a_{t=t_0+\Delta t}\right]$，不過為了計算方便，爭取預告時效起見,本文是以預告起始時間 1000 mb 與 500 mb 上的比濕差值來代入的. 因此(14)式可寫成:

$$M = \frac{4\sqrt{2}\, m^2(P_0 - P_L)}{\pi d^2 f^2}(q_0 - q_2). \tag{16}$$

可以製表來表示當 $d = 1000$ 公里，$P_0 = 1000\,\mathrm{mb}$, $P_L = 500\,\mathrm{mb}$ 時, 在不同的緯度與比濕下所算得的M值.

(三)例子及討論

我們以 1957 年 5 月 15—16 日 08 時的情況為例，按照上述方法，進行了試驗. 圖 1 到圖 7 是這個例子的各種圖. 讀者可由圖的說明了解圖的意義,這裏不多討論.

從上述方法及其實例試驗中,我們感到有下面這樣幾個問題:

(1) 厚度圖的預告相當重要. 在降水量的預告上，我們對厚度預告正確性的要求比形勢預告還要嚴格. 因為,在厚度圖上,我們不僅需要有正確的槽脊等分佈形勢，而且等厚度綫的數值不能相差很多. 從表 1 上就可看出,若厚度值相差較大,直接影響到了P_1的量和最後所得的降水量預告. 不過,另一方面，由於我們用了厚度圖的預告來求 P_1, 並由 $P_2 - P_1$ 圖上求得 Δt 時間內的總降水量,那麼,我們就可以免去了計算:在 Δt 時間內,從什麼時間起空氣開始有凝結現象發生. 手續比較簡單.

(2) 水份的水平輸送,在 P_2 中所佔比重大於垂直運動所形成的凝結降水量. 在垂直運動較弱的地區,如$(\Delta \bar{z}_0 - \Delta z)_{24\text{小時}}$ 在 50 位勢米以下時，尤其是高緯度，水平輸送量更顯重要.

(3) 如僅從 24 小時內的垂直運動分佈情況來預告降水量(按 Estoque 的假定,即不考慮水平輸送量),從圖 4 上可以看出,降水將分佈在如圖 4 所示的正區內,與實況相差較遠. 最大的雨量中心與實況位置亦不甚相符. 但增加了水份水平輸送的計算,並以 P_2 與 P_1 圖相減後,所得預告結果便與實況比較接近了. 而且，相減之後,我國西北到蒙古及長江下游一帶的兩個垂直運動向上區內便沒有降水了. 這是與實況相符的.

(4) 長江中上游地區的降水量,強度報得不够.這似乎是這一帶的 P_2 預告值不够强,

這與西南一帶的高空濕度和測風記錄缺少也有關.

(5) 由於我國南海大範圍地區沒有測風和探空記錄，中南半島也缺乏記錄的緣故，華南地區的降水量預報用這一方法比較困難，特別是吹偏南風，水份由南方輸送來時．這在目前恐怕只有根據經驗來預告，或以其他統計方法等來補充 $\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_1$ 部分．

(6) 根據文中的假定，當地面形勢變化急劇時，可能不利於用此法計算．而且，在求水份的水平輸送時，我們所用來平移的風向風速和濕度梯度都是預告起始時間的情況．在求水份的垂直輸送中所用的 $\frac{\partial q}{\partial p}$ 也是預告起始時間的情況，這在濕度場的分佈與 700 mb 上的風向風速變化大時是不適合的．本文試例中長江中上游一帶的雨量預告偏小也可能即與此有關．至於文中所假定的 P_0 到 P_L 層間均處在飽和狀態下，則將影響所求得的濕度值略偏高．但是由於在 P_1 和 P_2 部分都同樣用了這一假定，那麼由 P_1-P_2 來求降水量，就影響不大．而且在有降水的地區，空中情况是與此假定相符或接近的；在無降水的區域，固然實況與此假定相差較多，但在這些地區我們不求降水量，所以影響不大．

(7) 就我們的初步估算來看，若僅按 Estoque 的辦法來作預告，24 小時的降水量很難超過 25 毫米．而在我國夏季，24 小時下 25 毫米以上的降水量是很普通的．但若就本

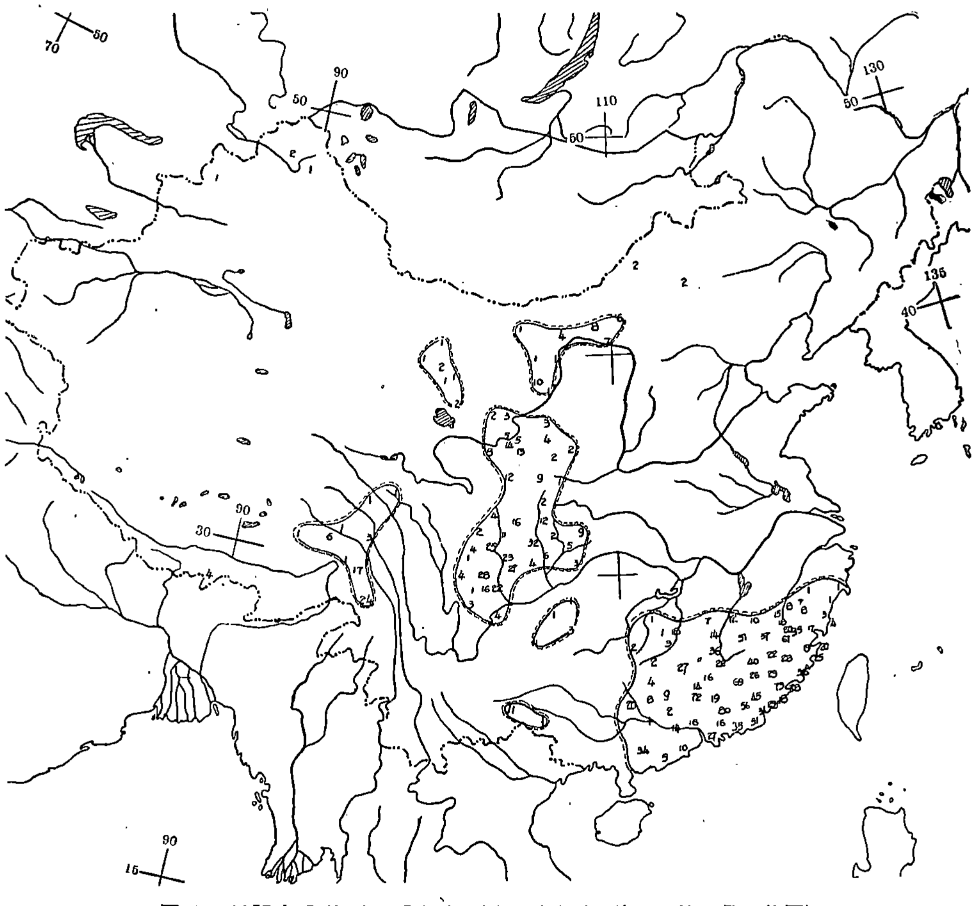

圖 1.　1957 年 5 月 14—15 日 08 時的雨量圖(即前一天的雨量分佈圖)

文的方法來做預告,可以預告出大於 50 毫米(暴雨)的降水量來.不過,50 毫米以上的暴雨區,都成為零碎的小點分佈在大雨區中,有些零落的個別點子,用這樣稀疏的柵欄來求是有一些困難的.

(8) 若我們用其他方法來做厚度圖,1000 mb 及 500 mb 等壓面圖的預告,並按上述辦法來求降水量,同樣也可以.若日常的業務工作上已有上述現成的預告圖,並能達到一定的準確程度,為了爭取預告時效起見,我們就可以採用這些現成的預告圖.

* * * * *

本文在進行中得到廖翔雲同志提供寶貴意見及廖洞賢同志的支持.文中的統計、填圖及圖解推綫等工作是由張清芬、劉治軍、楊蘭英及陳士琪等同志完成的.謹此致謝.

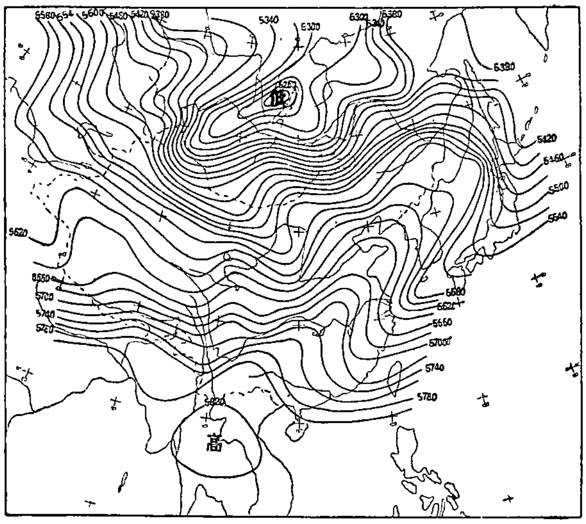

圖 2. 根據 1957 年 5 月 15 日 08 時 $\frac{500}{1000}$ mb 的厚度圖,預告出來的 16 日 08 時的 $\frac{500}{1000}$ mb 厚度圖

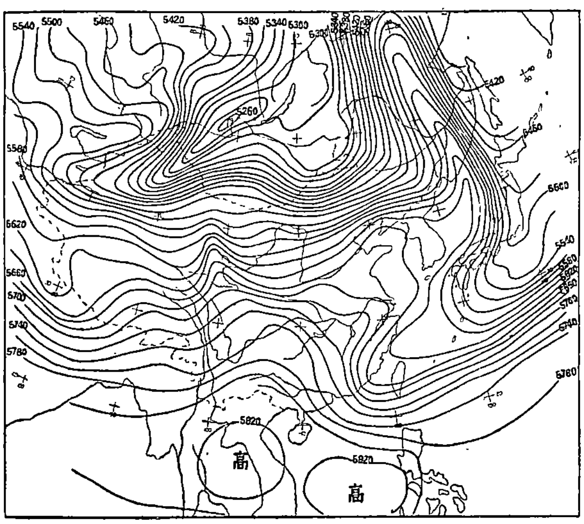

圖 3. 1957 年 5 月 16 日 08 時 $\frac{500}{1000}$ mb 厚度圖實況

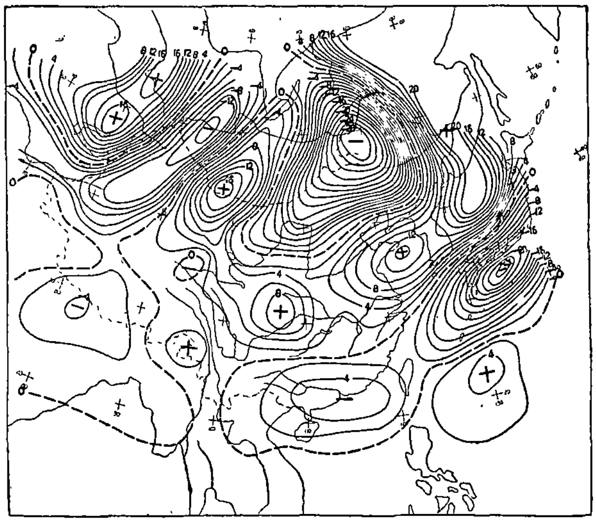

圖 4. 1957 年 5 月 15—16 日 08 時的 $(\Delta\bar{z}_0-\Delta z_0)$ 圖
正區表示上昇運動區，負區表示下降運動區

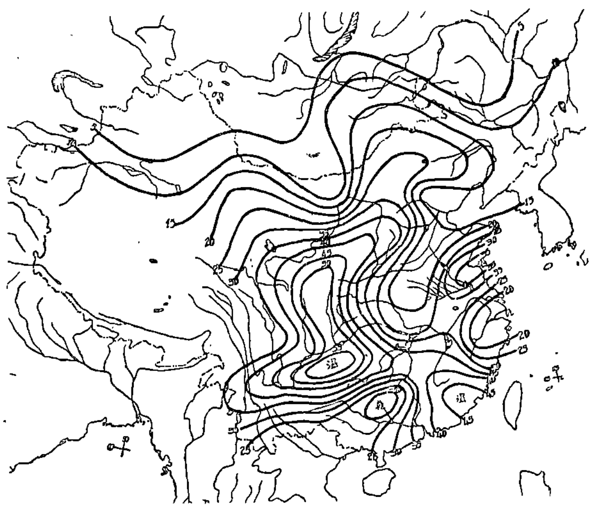

圖 5. 1957 年 5 月 15—16 日 08 時的 P_2 圖 $\left(\text{即由}\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_1\text{及}\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_2\right.$ 兩部份求得 $\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)\Delta t$ 後並加上 $\left.\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_{t=0}\text{的圖}\right)$（單位：毫米）

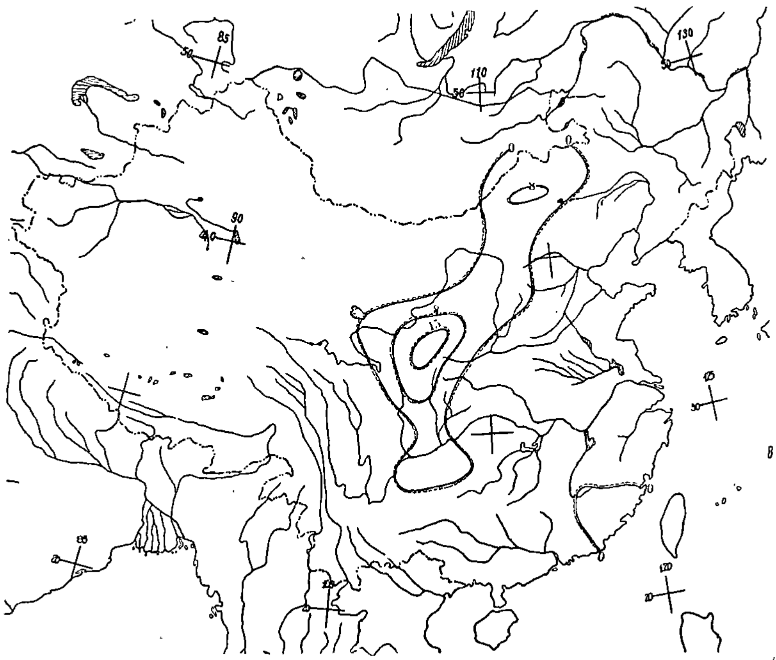

圖 6. 預告的1957年5月15—16日08時24小時的國內降水量分佈圖
(即P_2-P_1圖. P_1圖是由圖2按表1換算出來的)(單位:毫米)

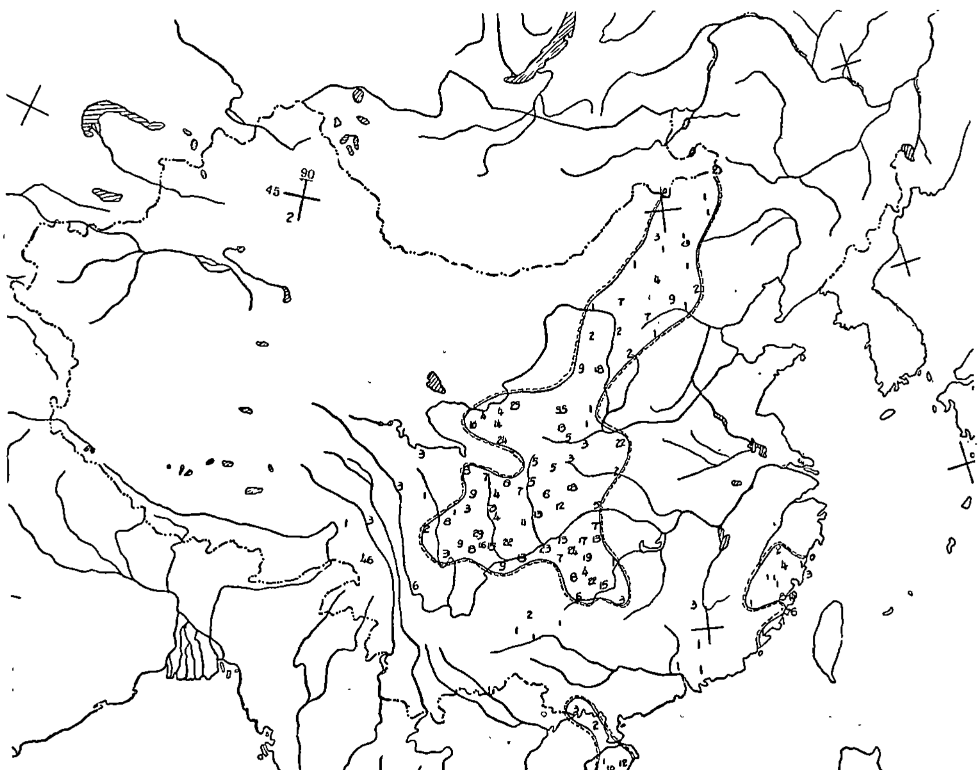

圖 7. 1957年5月15—16日08時的24小時降水量分佈實況(單位:毫米)

參 考 文 獻

[1] Estoque, M. A., A prediction model for cyclone development integrated by Fjörtoft method. *J. Meteor.*, **13** (1956), 195—202.
[2] Estoque, M. A., Graphical integrations of a two-level model. *J. Meteor.*, **14** (1957), 38—42.
[3] Estoque, M. A., An approach to quantitative precipitation forecasting. *J. Meteor.*, **14** (1957), 50—54.
[4] Fjörtoft, R., On a numerical method of integrating the barotropic vorticity equation. *Tellus*, **4** (1952), 179—194.
[5] 日本東京大學氣象研究室, 雨之數值預告. 日本氣象集誌, **33** (1955), 205—217.
[6] Solot, S. B., Computation of depth of precipitable water in a column of air. *Mon. Wea. Rev.*, **67** (1939), 100—103.
[7] List, R. J., Editor, *Smithsonian Meteorological Tables*. Washington, D. C. 1951.

A TEST OF GRAPHICAL METHOD FOR QUANTITATIVE PRECIPITATION FORECASTING

CHANG YEN
(*Central Institute of Meteorological Research, Central Weather Bureau*)

ABSTRACT

A test of graphical method for quantitative forecast of precipitation is presented. First the saturation water vapor content below 500 mb is calculated from the forecasting value of 1000—500 mb thickness by two-layer model. Then the water vapor content is again predicted from the assumption of $\frac{dq}{dt}=0$. The difference between the two predicated values of water vapor content gives the forecasted precipitation (if the difference is positive).