

大地形和热源的动力控制与超长波 活动关系的初步研究*

朱抱真

(中国科学院地球物理研究所)

提 要

考虑静力稳定度在垂直方向上的不均匀性, 给出一个简单的讨论对流层中层、平流层下层运动的一参数模式。在线性化下研究了大地形和热源对超长波活动的控制作用:

(1) 地形和热源可使超长波在固定的地理区域摆动和加深, 说明一些大槽和阻塞高压易于在一定的地区维持。

(2) 超长波振幅变化存在 10—30 天的周期, 长短决定于大气运动的尺度、结构和地球自转。

(3) 在一定的大气参数保持不变的情况下, 扰动在极长时间中建立了定常状态。计算表明, 在对流层中层所观测到的平均槽脊正是地形和热源所造成的定常超长波系。

一、引 言

在大尺度运动中, 和长波日益得到广泛应用的同时, 人们就不断地发现了超长波的存在及其特性, 对它进行了一些研究。从已有的研究中可以发现许多重要的问题。其中下列几个问题, 特别引起了作者的注意:

(1) 北半球正压短期预报误差在大尺度上有一定的地理分布, 主要是由于波数 $K = 1-4$ 的位相没有预报对^[1]; 另外等压面高度谐波分析的研究指出 $K = 1, 2, 3$ 的波在一定的地理区域前后摆动, 但 $K = 4$ 以上的波则不断地向前移动^[2]。人们认为这是和位于一定地理区域的地形和热源相关的。但是超长波的运行究竟和地形、热源之间有什么具体的关系, 它们对平均环流的维持又有什么作用?

(2) 谐波分析和 5 天变高分析的结果都发现平流层和对流层的环流变化存在着 10—30 天的周期性变动^[2,3]。这种周期变化是和超长波的活动相联系着的。我们能否从理论上说明这种周期的存在?

(3) 大气平均槽脊的形成正是那些位于固定地理区域上的地形扰动和热源扰动的共同结果, 能否证明这类定常扰动基本上是超长波所形成的?

本文就是对以上三个问题, 利用一个很简单的理论模式作一初步研究。

二、理论模式

大气各种参数在从对流层到平流层的垂直分布上有着明显的变化, 其中最突出的特

* 本文 1963 年 10 月 16 日收到, 1964 年 5 月收到修改稿。

点是静力稳定度 $\sigma = -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$ 在平流层特别大。由表 1 可知如果要在模式中充分考虑 σ 的垂直分布,就要取较多的层次,这会带来计算上的繁杂。由于本文只是探讨大地形和

表 1 北纬 30—60° 静力稳定度的实际值和由(2.2)式所得计算值
($\times 10^{-3}$ 米³·秒⁻³·毫巴⁻³)

P (毫巴)	T(°C)	$\sigma = -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$	$\sigma = \frac{a}{p^3}$	P (毫巴)	T(°C)	$\sigma = -\alpha \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$	$\sigma = \frac{a}{p^3}$
50	-58.5			500	-28.7	2.8	4.8
100	-58.6	172.6	120.0	600	-21.4	2.4	3.3
200	-55.2	39.3	30.0	700	-14.4	2.3	2.4
300	-49.9	13.5	12.4	850	-8.6	2.3	1.7
400	-40.1	4.6	7.5	1000	-7.3		

热源对超长波活动的控制作用的可能程度,因此我们要设计一个便于计算的简单模式,但它相当反映了 σ 在大气中垂直分布的不均匀性,并简单地包括了地形和热源的作用。

由描写大气变化的涡度方程和热力学方程可得 ω 方程:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \omega + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} &= \frac{f}{\sigma} F, \\ F &= \frac{\partial}{\partial p} \mathbf{V} \cdot \nabla (f + \zeta) - \frac{1}{f} \Delta \left(\mathbf{V} \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) - \frac{R}{f C_p p} \Delta Q. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中 Q 代表对单位质量空气的加热率。

我们先由(2.1)式寻求地形和热源所引起的垂直运动的分布。这里作了下列简化:
(i) 在函数 F 中先只考虑加热作用。(ii) 假定 Q 和 ω 的水平分布是简单的谐波,即 $\Delta Q = -(k^2 + m^2)Q$, $\Delta \omega = -(k^2 + m^2)\omega$ 。其中 $k = \frac{2\pi}{L_x}$, $m = \frac{2\pi}{L_y}$ 。 L_x 和 L_y 为纬向和经向波长。(iii) 实际加热的垂直分布目前知道得很少;为简单起见,假定 $Q = \kappa \bar{Q}$, 这里的 \bar{Q} 相当对流层下半部的平均加热值, κ 应为和高度及尺度有关的经验系数,暂取作常数求解。(iv) 考虑表 1 中 σ 的实际分布,可设

$$\sigma = \frac{a}{p^3}, \quad a = 12 \times 10^3 \text{米}^3 \cdot \text{秒}^{-3} \quad (2.2)$$

由表 1 可知上式和实际分布在大体上还很接近。

在以上的简化下,(2.1)式可以化为

$$p^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} - a^2 \omega = \frac{R p (k^2 + m^2)}{f^2 C_p} \kappa \bar{Q}. \quad (2.3)$$

其中 $a^2 = \frac{k^2 + m^2}{f^2} a$ 。在地形作用的边界条件下求上式的解,它相当于下列方程

$$p^2 \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial p^2} - a^2 \omega_1 = 0, \quad \text{边界条件为 } \omega_1(p_0) = \omega_0, \omega_1(0) = 0;$$

$$p^2 \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial p^2} - a^2 \omega_2 = \frac{R p (k^2 + m^2)}{f^2 p_0 C_p} \kappa \bar{Q}, \quad \text{边界条件为 } \omega_2(p_0) = \omega_2(0) = 0$$

的解相加,即 $\omega = \omega_1 + \omega_2$ 。不难求得

$$\omega = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{D_K} \omega_0 + R^* \left\{ \kappa \frac{p_0}{a^2} \left[\frac{p}{p_0} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{D_K} \right] \right\} \bar{Q}. \quad (2.3)'$$

$$\text{其中 } D_K = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{k^2 + m^2}{f^2}} \alpha, \quad R^* = \frac{R}{C_p} \frac{k^2 + m^2}{f^2},$$

对于 ω_0 可依 Charney 等^[4]的方法, 引进地形和摩擦作用, 即

$$\omega_0 = -g\rho_0 \left(\mathbf{V}_0 \cdot \nabla \eta + \frac{H}{f} F \zeta_0 \right). \quad (2.4)$$

其中 $H = \frac{RT_0}{g}$, F 即 Charney 等引进的摩擦系数.

由(2.3)式可知地形和热源所产生的垂直运动随气压分布的状况. 当 ω 的垂直分布为已知时, 则可用一参数模式计算任意一层的运动, 但包括了部分的大气斜压性. 作为一个初步研究, 本文先只分析 600 毫巴和 100 毫巴上的运动, 它可以代表对流层中层和平流层低层的情况.

设对流顶的气压 $p = p_T$, 该处的 $\omega = \omega_T$, 以角码 1 代表平流层 100 毫巴, 2 代表对流层 600 毫巴, 则有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla f + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla \zeta_1 &= f \frac{\omega_T}{p_T}, \\ \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \mathbf{V}_2 \cdot \nabla f + \mathbf{V}_2 \cdot \nabla \zeta_2 &= f \frac{\omega_0 - \omega_T}{p_0 - p_T}. \end{aligned}$$

由(2.3)和(2.4)式可以求得 ω_T 和 ω_0 , 假定 $\mathbf{V}_0 = \alpha \mathbf{V}_2$, $\mathbf{V}_1 = \gamma \mathbf{V}_2$, 并取地转近似,

$$\Delta \frac{\partial z_j}{\partial t} + J \left(z_j, \frac{g}{f} \Delta z_j + f \right) = A_j \bar{Q} - B_j \mathbf{V}_j \cdot \nabla \eta - C_j \Delta z_j, \quad j = 1, 2. \quad (2.5)$$

右端系数为

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{R}{C_p} \frac{k^2 + m^2}{g} M, \quad A_2 = \frac{R}{C_p} \frac{k^2 + m^2}{g} \frac{p_T}{p_0 - p_T} M, \\ M &= \kappa \frac{p_0}{a^2} \left[\frac{p_T}{p_0} - \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{D_K} \right], \\ B_1 &= \gamma \frac{p_0}{p_T} \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{D_K} \frac{f}{gH} \alpha, \quad B_2 = \left[1 - \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{D_K} \right] \frac{p_0}{p_0 - p_T} \frac{f^2}{gH} \alpha, \\ C_1 &= \gamma \frac{p_0}{p_T} \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{D_K} \alpha F, \quad C_2 = \left[1 - \left(\frac{p_T}{p_0}\right)^{D_K} \right] \frac{p_0}{p_0 - p_T} \alpha F. \end{aligned}$$

都是波长的函数, 因此这个模式用谱波解法求解更为合适. 以下我们将在线性化的情况下讨论“引言”中所提出的三个问题.

三、超长波的移动和强度的变化

将(2.5)式线性化, 则得

$$\Delta \frac{\partial z_j}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x} \Delta z_j + \beta \frac{\partial z_j}{\partial x} = A_j \bar{Q} - B_j U_j \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_j \Delta z_j \quad (j = 1, 2). \quad (3.1)$$

假定扰动在南北向成简单的正弦变化, 即

$$\frac{\partial^2 z_j}{\partial y^2} = -m^2 z_j. \quad (3.2)$$

并以 $z_i = \bar{z}_i(t)e^{ikx}$, $\bar{Q} = \bar{q}e^{ikx}$, $\eta = \bar{\eta}e^{ikx}$,
 則得

$$\frac{d\bar{z}_j}{dt} + ik\left(U_j - \frac{\beta}{k^2 + m^2}\right)\bar{z}_j = -\frac{A_j}{k^2 + m^2}\bar{q} + i\frac{kB_jU_j}{k^2 + m^2}\bar{\eta} - C_j\bar{z}_j$$

$$(j = 1, 2). \quad (3.3)$$

进一步設 $\bar{z}_j = Z_j(t)e^{-i\delta_j t}$, $\bar{q} = \bar{Q}e^{-i\delta_q t}$, $\bar{\eta} = \eta e^{-i\delta_\eta t}$.

这里設热源不随時間变化. 然后对(3.3)式分取实部和虚部, 則可得波速和振幅变化的公式:

$$c_j = \left(U_j - \frac{\beta}{k^2 + m^2}\right) - \frac{A_j}{K(k^2 + m^2)}\frac{\bar{Q}}{Z_j}\sin(\delta_q - \delta_j) -$$

$$- \frac{B_jU_j}{k^2 + m^2}\frac{\eta}{Z_j}\cos(\delta_\eta - \delta) \quad (j = 1, 2), \quad (3.4)$$

$$\frac{dZ_j}{dt} = -\frac{A_j}{k^2 + m^2}\bar{Q}\cos(\delta_q - \delta_j) + \frac{B_jU_jK}{k^2 + m^2}\eta\sin(\delta_\eta - \delta) - C_jZ_j \quad (j=1, 2), \quad (3.5)$$

(3.4)式右端第1項为 Rossby 波速 c_β , 第2項为热源对波速的作用 c_q , 第3項为地形对波速的作用 c_n . (3.5)式右端第1項为热源对波幅变化的作用 $\left(\frac{dZ}{dt}\right)_q$, 第2項为地形对波幅变化的作用 $\left(\frac{dZ}{dt}\right)_\eta$.

在(3.4)和(3.5)式中若不考虑地形、热源和摩擦, 則

$$\frac{dZ_j}{dt} = 0, \quad c_j = U_j - \frac{\beta}{k^2 + m^2}$$

即扰动振幅保持不变以 Rossby 波速移动. 若有外在扰源的作用, 即使在正压綫性模式中, 扰动振幅也有变化, 并且扰动的移动也受它們的影响. 以下我們將着重討論这些影响.

必須指出(3.3)式是对第 K 个分波而言的, 因此(3.4)和(3.5)式也是代表第 K 个分波的. 可以按照波数 K 分別計算 c 和 $\frac{dZ}{dt}$ 的大小. 在本文中先只注意冬季西风带問題, 一般参数采用下列数值: $f = 10^{-4}$ 秒 $^{-1}$, $\beta = 1.6 \times 10^{-11}$ 秒 $^{-1}$ ·米 $^{-2}$, $\alpha = \frac{1}{4}$, $H = 8 \times 10^3$ 米, $m^2 = 39.6 \times 10^{-14}$ 米 $^{-2}$, $\kappa \approx 4$. η_k 是用北緯 35—55° 平均地形高度^[5] 的諧波分析值, \bar{Q} 是用北緯 30—60° 平均值^[6] 的諧波分析; 二者列于表 2.

表 2 中緯度地形和热源的諧波分析值
 (η —米, \bar{Q} — $\times 10^{-7}$ 卡·克 $^{-1}$ ·秒 $^{-1}$, δ —經度)

K	1	2	3	4	5	6
η	430	540	270	260	250	69
δ_η	88	83	107	76	25	21
\bar{Q}	11.3	35.1	23.7	17.2	10.8	7.6
δ_q	250	148	42	40	5	51

1. 超长波的移动

应用个别年份的月平均值^[3]由(3.4)式可以估计 c_n 和 c_q 的一般数量, 结果可知对 $K = 1-3$, c_n 和 c_q 为 5—10 米/秒, 是需要考虑的。由(3.4)式也可知地形和热源对波的移动所发生的控制作用是随波长的缩短而减小的, 对超长波的影响大于长波和短波。

由(3.4)式还可看到地形和热源对于波速的作用和它们与波动的相对位置有很密切的关系。当波脊与山脊的位相差 $|\delta_n - \delta| < \frac{\pi}{2}$ 时, $c_n < 0$; 即地形作用总是使波动西

退。但当 $|\delta_n - \delta| > \frac{\pi}{2}$ 时, $c_n > 0$; 这时地形作用可使扰动前进。由于 $B_{1,2} > 0$, 因此

地形作用的符号在对流层中层和平流层中层是相同的。对于 c_q , 因为 $A_1 > 0$, $A_2 < 0$, 因此热源作用不但决定于波脊与热源的位相差, 还决定于波动是在对流层还是在平流层。在对流层中层, 当波脊落后于热源时, $\delta_q - \delta_2 < 0$, 则 $c_q < 0$; 当波脊超前于热源时, $\delta_q - \delta_2 > 0$, 则 $c_q > 0$ 。在平流层中层则恰恰相反。

我们知道地形脊的位相 δ_n 在地理区域上是定常的, 热源脊的位相虽然和大气的运动状态有关, 但在地理区域上也具有准常定性。因此当波脊和地形脊或热源脊的位相差超过一定限度时, c_n 和 c_q 的符号发生改变; 这就迫使超长波在一定的地理区域中前后摆动, 成为准静止性波动(在本文中沒有考虑超长波的动力特性, 因此(3.4)式中第 1 项 c_β 较大, 特别是当 $K = 1$ 时更为突出; 因此 c_q 和 c_n 不易和它平衡。但当考虑到超长波的动力特性后, 则 c_β 必定减小很多^[7])。Eliassen 对 500 毫巴高度波谱分析的结果曾经指出: $K = 1-4$ 的准静止波在一定的地理区域上摆动, 和平均位置的偏差很少大于 $\frac{1}{4}$ 波

长。上面我们从理论上已经得出: 地形作用使得 $|\delta_n - \delta| > \frac{\pi}{2}$ 时, c_n 即改变符号; 热

源作用使得 $|\delta_q - \delta|$ 由 0 差到 π 以上, 则 c_q 反号; 因此准静止波摆动的范围大小也是和地形、热源的动力控制密切相关的。

比较(3.4)式中 c_n , c_q 和 c_β 的大小, 可以发现对于 $K = 1$, β 作用使得超长波倒退很大, 相对地讲, 地形和热源的作用不易控制它的倒退; 但对 $K = 2, 3, 4$ 的波 c_β 较小, 地形和热源易于控制其倒退形成准静止波; 对于 $K = 5, 6$ 的波则地形和热源失去控制作用, 因此大尺度波动按照波长有三类不同性质的波动: 倒退明显的最长波、准静止性的超长波和前进移动性的长波。

由(3.4)式还可看到 c_n 与 c_q 都和 Z 成反比, 因此当系统强度突然发生变化时, 系统的移动也将发生显著的变化。我们经常看到准静止性的阻塞高压在崩溃时迅速离开它的静止位置; 另外谱波分析的研究也得出, 超长波位相的突然变化常常是发生在振幅很小的时候^[2]。这些现象可能就是地形、热源的动力控制和系统强度变化相互联系的结果。

2. 超长波振幅的变化

现在转到讨论地形和热源作用对超长波强度变化的影响。我们仍使用个别年份的月

平均值代入(3.5)式,估計了振幅变化的平均值,所得数量較小¹⁾;但在超长波波数数量仍較大。

地形、热源和波动结构的相对关系可使振幅变化有符号的改变。对地形来讲:当 $\delta < \delta_0$, 即波动的高压脊位于山的迎风坡而低压槽位于背风坡时,波动的振幅将要加强;当 $\delta > \delta_0$, 即高压脊位于背风坡而低压槽位于迎风坡时,波动的振幅将要减弱(这和过去所知地形作用在迎风坡有加压作用,在背风坡有减压作用相合)。当系统和山脊的位相差 $|\delta_0 - \delta| = \frac{\pi}{2}$ 时, $\left(\frac{dZ}{dt}\right)_q$ 最大。当系统位于山顶,即 $\delta = \delta_0$, 则 $\left(\frac{dZ}{dt}\right)_q = 0$ 。由于 B_1 和 B_2 的符号相同,地形的这种作用在对流层 600 毫巴和平流层 100 毫巴是相同的。

对于热源来讲:由于系数 A_1 和 A_2 相反,因此在对流层中层和平流层中层的作用也是相反的。当 $|\delta_q - \delta| > \frac{\pi}{2}$, 即系统的高压脊位于冷源区而低压槽位于热源区时,若系统在对流层则 $\left(\frac{dZ}{dt}\right)_q > 0$; 在平流层则 $\left(\frac{dZ}{dt}\right)_q < 0$ 。当 $|\delta_q - \delta| < \frac{\pi}{2}$, 即高脊位于热源区而低槽位于冷源区时,则恰相反。当 $\delta_q - \delta = 0$, 即系统的槽脊线正位于冷热源中心时,振幅强度的变化最大。

应该指出:这是没有考虑摩擦的情况,如果考虑摩擦,则将相应地有一个偏离。

3. 有关平均环流维持的一些机制

以上我们从(3.4),(3.5)式讨论了地形和热源对超长波运行的具体影响。现在根据以上所得结论,看看它们对平均环流的维持起了什么作用。

过去对平均环流的定常槽脊生成问题讨论得很多,但是在非定常情况下变动的槽脊是否经常在定常槽脊的位置加深和停滞还没有从理论上予以较好的说明。在(3.4)和(3.5)式中,由于地形和热源对系统移动和强度变化是随着波动和扰源的相对位置而定,而扰源的位置在地理区域上是固定的(参看表2),因此我们可以讨论系统在有些地区容易准静止(当考虑超长波的功力特性,使得 c_β 减小很多时)和加深,而这些地区必定和定常槽脊的位置有着密切的联系。

在 500 毫巴高空,对于一个前进的($c_\beta > 0$)波数 $K = 3$ 的高压脊在距山脊 60° 时前进速度最大,然后将逐渐减速,强度逐渐增加;在距山脊 30° 处高压脊的强度最强,至山脊处移动将最慢,系统最易准静止,越过山脊后又将加速前进。因此一个波长相当 $K = 3$ 的高空脊在东移过程中在东经 107° (即贝加尔湖地区)或西经 133° (即阿拉斯加地区)处准静止。我们知道这两个地区正是 500 毫巴平均高压脊的所在。

对于一个前进的 $K = 3$ (或 4) 的高空槽在山脊前逐渐加速并减弱,离山脊后逐渐减速并转强,至山脊下游 60° (或 45°) 处容易准静止,然后前进速度又增加。这就使得东亚大槽在东经 167° (或 121°) 处准静止,北美大槽在东经 73° (或 59°) 处准静止,并在更上游的地区加深。这是地形作用。热源作用则使这个高空槽在接近热源时逐渐减速,并且加深。在热源上游 30° (或 225°) 处容易停滞。因此热源作用使得东亚大槽在向海岸东移过

1) 约为 $10-30$ 米 \cdot 日⁻¹。考虑到它只是第 K 个分波值,那么仍是有意义的。

程时逐渐减速，至东经 132°(或 108°)地区滞留摆动，这也是和实况接近的，北半球三个平均槽中的两个大槽正是位于两个大洋的西部。

由此可知：正是由于地形和热源的固定扰源的存在，使得移动性槽脊在一般的大气参数配合下经常有一定的地理区域滞留加深，而后者正符合定常槽脊的地理位置。

平均环流维持的另一个重要问题是，为什么北半球阻塞高压有三个容易滞留地区：欧洲西岸、堪察加半岛、乌拉尔西部；而这些地区和平均环流的定常高脊区又有一定的偏差。从(3.4)式也可对此问题作一初步的解释。

阻塞高压的一个显著特点是它们的倒退移动，因此它的生成必定和高空的倒退性超长波的存在有关。从(3.5)式可知：对于一个倒退的($c_\beta < 0$)波数 $K = 1$ (或 2, 3)的高空脊在山区形成后倒退的速度加强，至山脊的上游 90°(或 45°, 30°)时倒退的速度开始减小，至上游 180°(或 90°, 60°)地区容易滞留。由近年平流层天气图可知在 100 毫巴高空有两个地区经常有高压脊出现，一个是在太平洋北部，另一个是在大西洋，相当波数为 2。因此 100 毫巴常由阿拉斯加倒退的高压脊受地形影响易在东经 173°，即阿留申群岛地区停滞；在欧洲形成的高脊受地形影响将在西经 10°即大西洋东岸准静止。在平流层这种波长更长($K = 2$)的系统之下，对流层中层阻高的出现还要依赖较短的($K = 3$)系统。在 500 毫巴上对于一个倒退的波数 $K = 3$ 的系统，例如阿拉斯加地区的阻塞高压在西移过程中，将在洛磯山上游、东经 157°附近，即堪察加半岛一带准静止；乌拉尔地区的阻塞高压则将在东经 47°地区，即黑海西边滞留，这也是和实况接近的。

四、超长波振幅变化的周期

由(3.3)式设初始条件为：当 $t = 0$ 时， $\bar{z} = \bar{z}(0)$ ，则可求得(3.3)式的解为

$$\begin{aligned} \bar{z} = & \bar{z}(0)e^{i\bar{\sigma}t} - \frac{A}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\bar{q}}{\eta} (1 - e^{i\bar{\sigma}t}) + \\ & + i \frac{kBU}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\bar{\eta}}{\eta} (1 - e^{i\bar{\sigma}t}). \end{aligned} \quad (4.1)$$

其中略去了角码 j ，同时 $\bar{\sigma} = \sigma + iC$ ， $\sigma = kc_\beta$ 。

再设初始扰动的振幅 $Z(0)$ ，位相为 δ_0 ，则可求得扰动的解答：

$$\begin{aligned} z = & Z(0)e^{i(kx + \bar{\sigma}t - \delta_0)} - \frac{A}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\bar{Q}}{\eta} e^{i(kx - \delta_0)} (1 + e^{i\bar{\sigma}t}) + \\ & + \frac{kBU}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\eta}{\eta} i e^{i(kx - \delta_0)} (1 + e^{i\bar{\sigma}t}). \end{aligned} \quad (4.2)$$

在本节中，我们感兴趣的是中长期过程的周期问题，而在线性解答中，如果考虑摩擦作用，则初始场影响的衰减很快(详见下节)。因此这里先略去摩擦作用，即 $C = 0$ ， $\bar{\sigma} = \sigma$ 。若把解答(4.2)式的形式改写为

$$z = Z(t)e^{i(kx - \delta(t))},$$

则可求得 $Z(t)$ 的表达式为

$$\begin{aligned} Z^2(t) = & Z^2(0) - Z_1(\cos \sigma t - 1) - Z_2[\sin(\sigma t + \delta_q - \delta_0) - \sin(\delta_q - \delta_0)] + \\ & + Z_3[\cos(\sigma t + \delta_7 - \delta_0) - \cos(\delta_7 - \delta_0)] + Z_4[(\cos \sigma t - 1) \sin(\delta_7 - \delta_q)]. \end{aligned} \quad (4.3)$$

其中

$$Z_1 = \frac{2}{(kc\beta)^2} \left[\left(\frac{A}{k^2 + m^2} \bar{Q} \right)^2 + \left(\frac{kBU}{k^2 + m^2} \eta \right)^2 \right], \quad Z_2 = \frac{2Z(0)}{kc\beta} \frac{A}{k^2 + m^2} \bar{Q},$$

$$Z_3 = \frac{2Z(0)}{kc\beta} \frac{kBU}{k^2 + m^2} \eta, \quad Z_4 = \frac{4}{(kc\beta)^2} \frac{(AQ)(kBU\eta)}{(k^2 + m^2)^2}.$$

同样可以求出 $\delta(\epsilon)$ 的表达式。由(4.3)式可知扰动振幅随时间的变化具有周期性, 周期

$$T = \frac{2\pi}{\sigma}, \quad \sigma = -kc\beta = -k \left(U - \frac{\beta}{k^2 + m^2} \right). \quad (4.4)$$

由此可知: 在本文的简单线性模式中, 通过热源和地形作用, 超长波振幅变化有周期性, 其频率与 Rossby 波速有关。由(3.4)式我们已知超长波传播速度直接受地形和热源的控制作用, 但这里所求的超长波振幅本身变化的周期长短不受地形和热源的影响, 而决定于大气运动的尺度, 环流的结构(在本模式中只包括西风环流强度)和地球自转作用。

在上面的推导中, 我们略去了角码 j , 结论对于对流层和平流层都可成立。为了估计超长波振幅变化的周期大小, 我们给出不同的西风强度(U)和扰动的南北宽度($L_y = \frac{2\pi}{m}$),

计算周期的大小, 结果如表 3 所示:

表 3 不同的西风环流强度和扰动南北尺度的超长波振幅变化的周期

L_y (纬度)	U (米·秒 ⁻¹)	T (日)		
		$K = 1$	$K = 2$	$K = 3$
90°	15	12	15	43
	11	11	11	16
	7	9	8	10
78°	15	24	26	500
	11	20	15	24
	7	15	11	12
66°	15	55	90	45
	11	32	27	56
	7	22	16	17

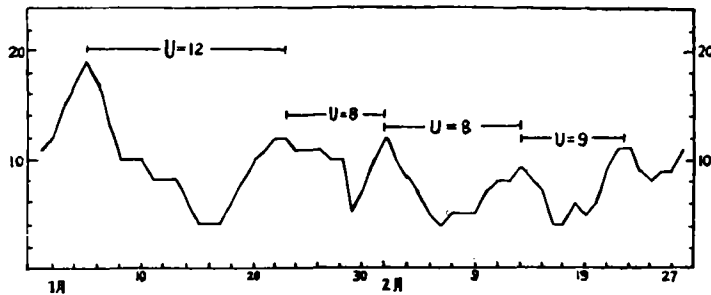


图 1 1958 年 1—2 月北纬 50°, 500 毫巴高度 $K = 2$ 谱波振幅(10 米)变化的周期和各周期间的平均西风强度(米·秒⁻¹)。

由表 3 可知: 1) 超长波振幅变化的周期最多值出现在 10—30 日的范围。在表中个

别的周期值很长，主要是由于没有考虑摩擦，此外在一定的天气参数配合下， c_β 变得很小。2) 一般的讲，随着西风环流强度的增大和扰动南北尺度的减小，超长波振幅变化的周期也愈长。图 1 曲线是根据文献[8]所得的 1958 年 1—2 月北纬 50° 、500 毫巴高度 $K=2$ 谐波振幅的变化， \bar{U} 为各周期间的平均西风，很明显地可以看到上述关系。周期日数和表 5 中 $L_y = 78^\circ$ 者相近。以上两点说明理论结果反映了一定的实际情况。

五、超长波与平均槽脊的形成

在这一节中，将讨论超长波在平均槽脊形成中的作用。问题由非常定扰动转向定常扰动。对 (3.1) 式取 $\frac{\partial z_j}{\partial t} = 0$ ，我们得到

$$U_j \frac{\partial}{\partial x} \Delta z_j + \beta \frac{\partial z_j}{\partial x} + C_j \Delta z_j = A_j \bar{Q} - B_j U_j \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (j = 1, 2). \quad (5.1)$$

再设扰动 z 和加热函数 \bar{Q} 及地形高度函数 η 都展成一定项的福利叶级数，并设第 k 个单波为

$$z_k = Z_k \cos kx + Z'_k \sin kx, \quad \bar{Q}_k = q_k \cos kx + q'_k \sin kx, \\ \eta_k = h_k \cos kx + h'_k \sin kx,$$

其中 q_k, q'_k 和 h_k, h'_k 为已知的，代入 (5.1) 式可以求出 Z_k 和 Z'_k 。最后得到扰动 z_k 为

$$z_{kj} = - \frac{A_j}{k(k^2 + m^2)c_\beta \left[1 + \left(\frac{C_j}{kc_\beta} \right)^2 \right]} \left[\left(\frac{C_j}{kc_\beta} q_k - q'_k \right) \cos kx + \right. \\ \left. + \left(q_k + \frac{C_j}{kc_\beta} q'_k \right) \sin kx \right] + \frac{B_j U_j}{(k^2 + m^2)c_\beta \left[1 + \left(\frac{C_j}{kc_\beta} \right)^2 \right]} \times \\ \times \left[\left(h_k + \frac{C_j}{kc_\beta} h'_k \right) \cos kx + \left(- \frac{C_j}{kc_\beta} h_k + h'_k \right) \sin kx \right]. \quad (5.2)$$

上式右端前者为热源作用，后者为地形的作用。

还可用另法求得定常扰动的解答。在上节讨论周期问题时，曾求得非常定扰动的解答 (4.2) 式，很容易地将它改写为

$$z = Z(0) e^{i(kx + \sigma t - \delta_0)} e^{-Ct} - \frac{A}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\bar{Q}}{e^{i(kx - \delta_q)}} + \frac{kBU}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\eta}{ie^{i(kx - \delta_\eta)}} + \\ + \left[\frac{A}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\bar{Q}}{e^{i(kx + \sigma t - \delta_q)}} - \frac{kBU}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\eta}{e^{i(kx + \sigma t - \delta_\eta)}} \right] e^{-Ct}.$$

设 $\alpha = \frac{1}{4}$ ， $F = 4 \times 10^{-6}$ 秒⁻¹，当 $t = 20$ 日则上式中随时间变化的项已减为 $\frac{6}{100}$ ，即在线性模式中，摩擦作用使得初始场作用很快地衰减，热源和地形作用随时间的增加趋近于定常项。严格地讲当 $t = \infty$ ，

$$z = - \frac{A}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\bar{Q}}{e^{i(kx - \delta_q)}} + \frac{kBU}{k^2 + m^2 C + ikc_\beta} \frac{\eta}{ie^{i(kx - \delta_\eta)}}. \quad (5.3)$$

注意 $q_k = \bar{Q}_k \cos \delta_q$ ， $q'_k = \bar{Q}_k \sin \delta_q$ ， $h_k = \eta_k \cos \delta_\eta$ ， $h'_k = \eta_k \sin \delta_\eta$ 的关系，仍可得到 (5.2) 式。由此可知定常扰动相当于在一定的天气参数保持不变的情况下，扰动在极长时间中

所建立的情况。

现在由 (5.2) 式进一步讨论, 在定常扰动中地形和扰源对超长波和长波作用的不同。先只考虑地形作用, 这时 $q_k = q'_k = 0$ 。若不考虑摩擦, $C_i = 0$, 则

$$(z_{kj})_q = \frac{B_j U_j}{(k^2 + m^2) c_\beta} (h_k \cos kx + h'_k \sin kx). \quad (5.4)$$

可知, 对于长波, 因 $c_\beta > 0$ 扰动与地形完全同位相; 但对于超长波, 因 $c_\beta < 0$ 则扰动与地形完全反位相。此点与 Barret^[9] 过去所得的结果一致。

再只考虑热源作用, 这时 $h_k = h'_k = 0$, 仍设 $C_i = 0$,

$$(z_{kj})_q = - \frac{A_j}{k(k^2 + m^2) c_\beta} (-q'_k \cos kx + q_k \sin kx). \quad (5.5)$$

因此在没有摩擦作用时, 扰动与热源的位相差为 $\frac{\pi}{2}$ 。对于长波, 因 $c_\beta > 0$, 槽比热源中心偏东 $\frac{\pi}{2}$; 但对于超长波, 因 $c_\beta < 0$, 则脊比热源中心偏东 $\frac{\pi}{2}$ 。这是对流层中层的情况。在平流层中层, 因 $A_1 < 0$, 所以对于长波, 脊比热源中心偏东 $\frac{\pi}{2}$, 而对于超长波, 则槽比热源中心偏东 $\frac{\pi}{2}$ 。

造成上述结果的物理机制, 和运动的尺度很有关系。根据行星波的尺度理论, Burger^[10] 已经指出, 对于超长波和长波, 相对涡度平流作用和 β 作用项的大小是不同的。因此有下述的不同情况:

对于地形作用来讲, 在 (5.1) 式中 $\bar{Q} = 0$, 这时在迎(背)风坡, 空气柱缩短(伸长), 有辐散(辐合)作用¹⁾; 在定常情况下, 和这种辐散(辐合)相平衡的是 (5.1) 式左端两项。对于长波第 1 项 $U \frac{\partial \Delta z}{\partial x}$ 较为重要, 要求涡度沿着西风的分布是从气旋性(反气旋性)涡度变为反气旋性(气旋性)涡度, 因此高压脊与山脊相合, 扰动与地形是同位相的。但对于超长波, 则第 2 项 $\beta \frac{\partial z}{\partial x}$ 更为重要, 要求迎(背)风坡的气流是向南(北)的, 因此低压槽与山脊相合, 扰动和地形是反位相的。

对于热源作用来讲, 在 (5.1) 式右端 $\eta = 0$, 我们已假定加热量, 主要集中于对流层下半部, 并因气柱顶端 $\omega = 0$, 因此在热源(热汇)区, 对流层有辐合(辐散)作用, 平流层有辐散(辐合)作用, 这和 A_j 在二层反号相合。在定常情况下, 这种辐合、辐散作用所产生的涡度变化要靠西风涡度平流和 β 作用来平衡。在对流层中, 对于长波, 西风涡度平流项很重要, 要求西风将反气旋(气旋)性涡度平流向下游输送, 因此槽(脊)将位于热源中心东部 1/4 波长处; 对于超长波, 则 β 项更为重要, 要求在热源(热汇)区有南(北)风输送行星涡度, 因此脊(槽)将位于热源(热汇)中心下游 1/4 波长的地方。在平流层则恰相反。

由此我们可以看到超长波和长波在定常槽脊的形成上有根本不同的作用。对实况的谐波分析指出冬季平均槽脊是由 $K = 1, 2, 3$ 头三个谐波决定的, 大多属于超长波范围。

1) 这里的解释是对整层大气, 而考虑上界 $\omega = 0$; 这时地形作用方程形式与 (5.1) 式完全一致, 只是在系数 B_1 中 $p_T = 0$ 。

因此我們按照(5.2)式分別对 $K = 1, 2, 3$ 来計算 z_1, z_2, z_3 , 然后求其总和, 檢驗地形、热源所产生的定常超长波系, 是否就可形成人們实际观测到的平均槽脊? 作为試驗, 我們只給出对流层的情况。

前面已証明定常扰动相当在一定的参数保持不变的情况下, 扰动在极长时间中所建立的情况。但这种一定的大气参数可能有不同的組合情况, 因此参数的选取組合也是重要的問題。

我們取 $U_2 = 11$ 米·秒⁻¹[11]。参考地形和热源分布的南北寬度, 取 $L_x = 66^\circ$ 。对于 F 值, 过去一般皆取 2 或 4×10^{-6} 秒⁻¹, 但根据 Mintz 最近的研究結果(見文献[12]), F 平均值可达 16×10^{-6} 秒⁻¹。在本文中取 $F = 4$ 和 8×10^{-6} 秒⁻¹ 两种数值来看解答的变动情况。

地形高度取北緯 $35-55^\circ$ 平均值, 热源取两种方法計算的数值[6,13] (图 2)。利用已知的实际热源分布討論它的动力影响时, 用倒算法(由流体热力动力方程組, 从温压場倒算加热)的 \bar{Q} 在理論計算上有一定的重复倒回的地方, 以用直算法(从辐射、凝結和湍流作用直接計算加热值)的 \bar{Q} 为佳。但用后一种方法計算的 \bar{Q} 在目前还較难算得准确。

图 3—7 是理論計算的扰动結果和实况观测的比較。

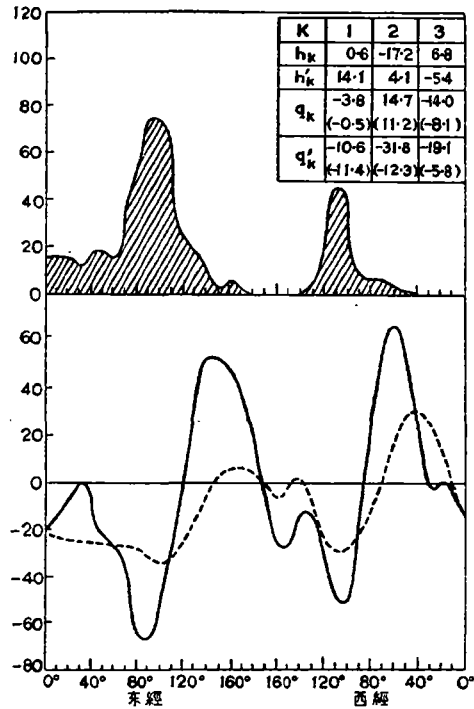


图 2 北緯 $35-55^\circ$ 地形高度平均值的分布和北緯 $30-60^\circ$ 热源平均值的分布

(高度单位为 100 呎, 实綫为倒算法[6], 虚綫为直算法[13], 单位为 $\times 10^{-7}$ 卡·克⁻¹·秒⁻¹, 右上表为头 3 个谐波值)

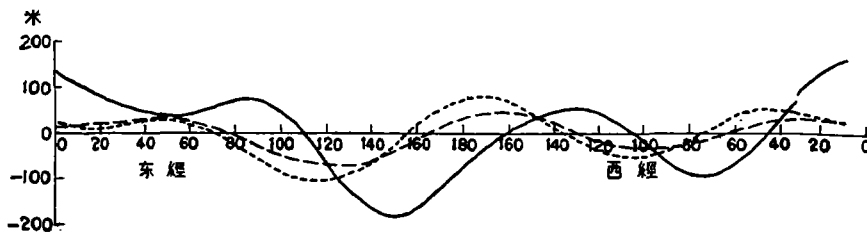


图 3 地形的定常扰动

(实綫为实况, 虚綫为理論計算值, 点綫为 $F = 4 \times 10^{-6}$ 秒⁻¹, 断綫为 $F = 8 \times 10^{-6}$ 秒⁻¹)

1. 地形扰动

从图 4 可以看到地形的动力扰动在对流层中层有三槽三脊。在对流层三槽中, 理論計算的結果以东亚槽最深, 北美槽其次, 白海槽很弱, 这和过去的一些理論相比更接近实况。

比較两种摩擦系数的結果, 可知 F 虽加大一倍, 但扰动槽脊的位置形势变化不大, 只

是強度的減小很明显。单从地形作用来讲, $F = 4 \times 10^{-6} \text{ 秒}^{-1}$ 更接近实况, 但实际上地形作用只是实况形成的一部分作用; 在 Charney 和 Eliassen^[4] 最早计算的一维地形扰动结果中, 也是把摩擦系数调整到 4, 就和实况比较接近了。他们所用的方程相当 (5.1) 式的简化情况(在系数 B_2 中 $p_T = 0$), 利用影响函数法, 他们计算到 $K = 7$ 。本文中只算到 $K = 3$ 。就已得到和实况更接近的结果, 实际上把 1 月平均图作谐波分析就会发现 $K = 4$ 以上的振幅全可略去。

2. 热源扰动

由图 4 和图 5 可以看到热源扰动的强度大于地形。

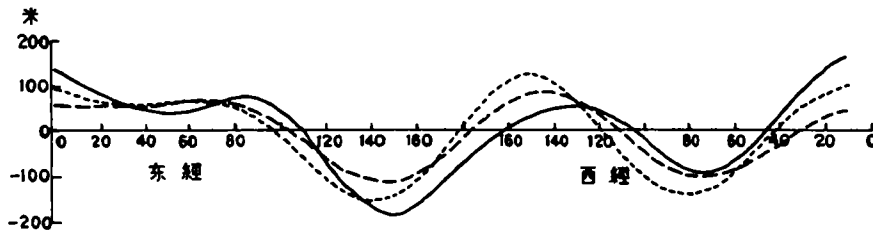


图 4 热源的常定扰动(说明见图 3)
(根据倒算法^[4])

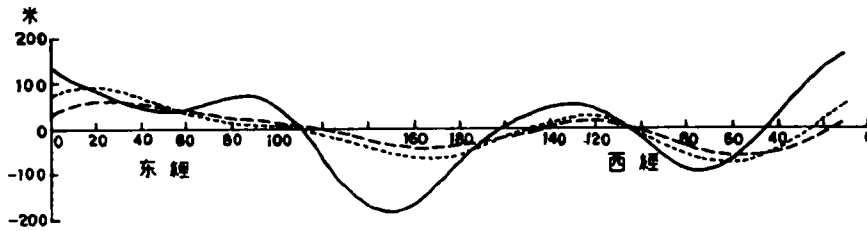


图 5 热源的定常扰动(说明见图 3)
(根据直算法^[10])

图 5 的热源作用在对流层中层同样产生三槽三脊, 亚洲槽最深, 美洲槽次之, 白海槽很弱, 理论计算的槽脊位置要比地形扰动更接近实况。

比较图 4 和图 5, 可以看到两种方法所得的 \bar{Q} 所发生的影响, 两法的 \bar{Q} 分布主要差别是在亚洲和太平洋区, 倒算法的亚洲大陆冷却和西部太平洋加热强度都比直算法好些。在图 5 上亚洲大陆的高脊和东亚海岸大槽的位置和强度都比实况差得多, 但阿拉斯加的高脊和北美大槽的位置和强度就比较接近实况, 和图 5 相比我们是否可以反过来推断: 目前直算法所得的热源分布在东半球部分可能误差较大。

由本节的讨论可知热源、热汇的水平分布还需要进一步肯定。至于加热的垂直分布则更需要从近年来愈益增多的平流层资料来作详细了解。

3. 地形和热源的共同扰动

图 6 和图 7 是地形和热源的共同扰动, 把它们和图 3—5 比较可知考虑两者的共同作用以后, 理论计算比单独考虑一种作用更接近实况。这和过去作者^[6]没有考虑摩擦时所

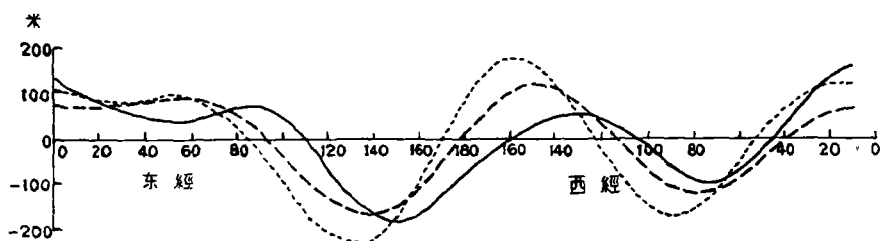


图 6 热源和地形的定常扰动(說明見图 3)
(根据倒算法^[61])

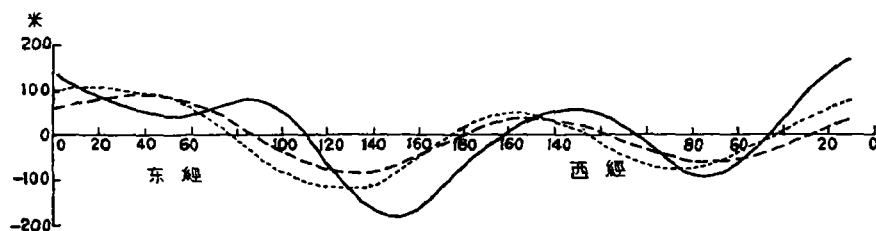


图 7 热源和地形的定常扰动(明說見图 3)
(根据直算法^[18])

得的結論一致。

虽然地形和热源的共同扰动更接近实况,但有趣的是,并没有排除单独的地形扰动或单独的热源扰动也产生了和实况相近的定常槽脊。因此过去有人強調地形作用,有人強調海陆热力作用,虽不全面,但都有一定的根据。我們可以說热源有“相当地形”的作用,一定形式的热源分布可以相当另一形式的地形分布。由(5.4)和(5.5)式已知在无摩擦的情况下,对于超长波,扰动位相和地形位相是相反的;与热源位相則向东偏了 $\frac{\pi}{2}$ 。因此一个加热中心位于 $x = 0$ 处的加热譜波分布相当于一个山峯位于 $x = \frac{\pi}{2}$ 处的地形譜波分布。有趣的是超长波尺度热源的这种“相当地形”的分布和某些小尺度热源的“相当山脉”的分布^[14]是很相似的。另一方面,我們也可以反过來說地形有“相当热源”的作用。因此它們虽然物理作用很不相同,但它們不同的分布可产生相似分布的定常扰动槽脊。如果单独的地形或热源产生的定常槽脊和实况出入很大,那就很难期望它們的綫性迭加就能产生和实况很接近的結果。

六、結 束 語

从本文的初步研究,可知大地形和热源的存在使得超长波在大尺度运动中和移动性长波区分开来。它們的动力控制使得超长波在一定的地理区域摆动,因此一些大槽和阻高容易在一定的地区維持,并形成平均槽脊。

这种动力控制作用不但影响对流层系統,并且能影响到平流层。在本文工作过程中曾对这一点作了数值估計。由于所取的模式比較粗糙,这里沒有对平流层情况作詳細的数值計算。在本文完成时,作者已在一个能同时描写对流层和平流层运动的三层模式中

进一步探讨本文所提出的问题,这样可以在比较全面地考虑大气斜压性的同时,求出地形和热源对于对流层大气和平流层大气的动力控制作用。

参 考 文 献

- [1] Martin, D. E., *Tellus*, **10** (1958), 451—465.
- [2] Eliassen, E., *Tellus*, **10** (1958), 206—215.
- [3] 陈隆勳、陶詩言, 平流层大气环流及太阳活动对大气环流影响的研究, 科学出版社, 1964.
- [4] Charney, J. G. and Eliassen, A., *Tellus*, **1** (1949), 38—54.
- [5] Berkofsky, L. and Bertoni, E. A., *Bull. A. M. S.*, **36** (1955), 350—354.
- [6] 朱抱真, 气象学报, **28** (1957), 122—140, 198—224.
- [7] Arnason, G., *Tellus*, **13** (1961), 156—170.
- [8] Teweles, S., Spectral aspects of the stratospheric circulation during the IGY., Planetary Cir. Project. MIT., Rep. No. 8 (1963), 191.
- [9] Barret, E. W., *Beit. Phys. der Atmos.*, **34** (1961), 167—197.
- [10] Burger, A. P., *Tellus*, **10** (1958), 195—205.
- [11] Mintz, Y., *Bull. A. M. S.*, **35** (1954), 208—214.
- [12] Wiin-Nielsen, A., *Tellus*, **13** (1961), 127—139.
- [13] Clapp, P. F., *M.W.R.*, **89** (1961), 147—162.
- [14] Stern, M. E. and Malkus, J. S., *J. Met.*, **10** (1953), 105—120.

A PRELIMINARY STUDY ON THE ACTIVITIES OF ULTRA-LONG WAVES IN RELATION TO THE DYNAMIC CONTROL OF LARGE-SCALE OROGRAPHY AND HEAT SOURCES

CHU PAO-CHEN

(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)

ABSTRACT

Utilizing a simple theoretical model, some dynamic processes of ultra-long waves in the troposphere as well as in the stratosphere are studied in relating to the heating and orographic influences.

Owing to the existence of both orographic and thermal factors, the ultra-long waves fluctuate and intensify about a certain geographical location, this may explain the maintenance of quasi-stationary large troughs in the mid-troposphere.

It is also found that the amplitude of ultra-long waves varies periodically with a period of 10—30 days, and further that the period depends upon the scale of motion and the structure of circulation.

When the parameters of the atmosphere remain unchanged in an unlimited time, the field of motion tends to become steady.