

# 大尺度大气运动的倍周期分叉 和流型的非周期演变\*

罗 哲 贤

(甘肃省气象局)

## 提 要

本文提出了一个控制斜压准地转气流运动的八维非线性自治系统。随着非绝热强迫参数的变化,流型的演变显示出倍周期分叉,比值 $(r_2 - r_1)/(r_3 - r_2)$ 近似等于 Feigenbaum 普适常数。越过分叉点  $r_\infty$  后,形成具有四片的怪引子,其结构与三维的 Lorenz 怪引子及 Rössler 怪引子不同。

## 一、引 言

六十年代初期, Lorenz 在一篇已经产生广泛影响的论文<sup>[1]</sup>中,用一个完全确定的三维非线性自治系统,首次得到了非周期的,看来混乱的输出。这种输出,后来被称为 Lorenz 怪引子。七十年代以来,对 Lorenz 的三维系统进行了大量的研究。同时, Feigenbaum<sup>[2]</sup>提出了非线性系统倍周期分叉普适性的概念。鉴于 Lorenz 的三维系统起源于 Saltzman<sup>[3]</sup>的小尺度的对流方程,对于大尺度的大气运动,流型的演变如何从强迫耗散系统的周期态向非周期态或混沌(chaos)态转换这个问题,仍有待解决。本文将指出,大尺度的大气运动能够通过倍周期分叉的途径进入混沌态,形成其结构与 Lorenz 怪引子不同的新的怪引子。

## 二、模 式

将涡度方程写在第 1, 3 层,热力学方程写在第 2 层,得:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 + J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1 + \beta^* y) = f_0 \frac{\omega_2}{\Delta p} - k'_d \nabla^2 (\psi_1 - \psi_3) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_3 + J(\psi_3, \nabla^2 \psi_3 + \beta^* y) = -f_0 \frac{\omega_2}{\Delta p} + k'_d \nabla^2 (\psi_1 - \psi_3) - k_d \nabla^2 \psi_3 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi_1 - \psi_3) + J(\psi_2, \psi_1 - \psi_3) = \lambda^2 \frac{f_0}{\Delta p} \omega_2 + \lambda^2 h'_d [(\psi_1 - \psi_3)^* - (\psi_1 - \psi_3)] \quad (3)$$

\* 本文于 1984 年 10 月 8 日收到, 1984 年 12 月 21 日收到修改稿。

式中,  $\psi_i (i=1, 2, 3)$  分别为 250, 500, 750 hPa 上的地转流函数,  $\omega_2$  为 500 hPa 上的垂直速度,  $\beta^* = \frac{df}{dy}$ ,  $f$  为柯氏参数。  $k'_d, k_d$  分别为垂直向内摩擦系数及边界层摩擦系数,  $\lambda = \frac{N_1 H}{f_0}$ ,  $N_1$  为浮力振荡频率,  $H$  为均质大气高度,  $f_0$  为  $\varphi_0$  处柯氏参数,  $(\lambda^2 k'_d)^{-1}$  为热力张弛时间, 上述诸参数取值同文献[4],  $(\psi_1 - \psi_3)^*$  为给定的加热强迫参数。

$$\begin{aligned} \text{令 } (x, y, t, \psi_1, \psi_2, \psi_3, \omega_2, \beta^*, \lambda^2, k_d, k'_d, h'_d) \\ = (Lx', Ly', f_0^{-1}t', L^2 f_0 \psi'_1, L^2 f_0 \psi'_2, L^2 f_0 \psi'_3, f_0 \Delta p \omega'_2, f_0 L^{-1} \beta^{*'}, \\ 2 L^2 \sigma', 2 f_0 K, f_0 K'_1, L^{-2} f_0 h'_1) \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $\Delta p = p_3 - p_1 = 500$  hPa,  $L$  为水平波长, 取  $L = 1.83 \times 10^8$  cm。

(4) 代入(1)–(3), 略去“,” 得无量纲方程组。

$$\text{令 } \psi_1 \equiv \psi + \theta, \psi_3 \equiv \psi - \theta, \psi_2 \equiv \psi, (\psi_1 - \psi_3)^* = 2\theta^*, (\psi, \theta, \theta^*) = \sum_{i=A, K, C, N} (\psi_i, \theta_i, \theta_i^*) F \quad (5)$$

此处,  $F_A = \sqrt{2} \cos y$ ,  $F_K = 2 \cos Nx \sin y$ ,  $F_C = \sqrt{2} \cos 2y$ ,  $F_N = 2 \sin Nx \sin 2y$ 。  $N$  为  $\beta$  平面  $x$  方向波数, 取  $N$  为 2。  $\beta$  平面南北边界为  $y=0, \pi$ , 东西方向满足周期性边条件。  $\beta$  平面中线处  $\varphi_0 = 40^\circ N$ 。

(5) 代入无量纲方程组, 得谱展式:

$$\dot{\psi}_A = -K(\psi_A - \theta_A) \quad (6)$$

$$\dot{\theta}_A = \frac{h''}{1+\sigma} \theta_A^* - \frac{h'' + \sigma(2K_1 + K)}{1+\sigma} \theta_A + \frac{\sigma K}{1+\sigma} \psi_A \quad (7)$$

$$\dot{\psi}_K = -\beta \alpha'' (\psi_c \psi_N + \theta_c \theta_N) - K(\psi_K - \theta_K) \quad (8)$$

$$\dot{\psi}_c = \epsilon \alpha'' (\psi_K \psi_N + \theta_K \theta_N) - K(\psi_c - \theta_c) \quad (9)$$

$$\dot{\psi}_N = \delta' \alpha'' (\psi_K \psi_c + \theta_K \theta_c) - K(\psi_N - \theta_N) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_K = \frac{-1}{1-\beta+\sigma} \{ \alpha'' (\sigma\beta + 1 - \beta) \psi_c \theta_N + \alpha'' (\sigma\beta - 1 + \beta) \psi_N \theta_c \\ - K\sigma\psi_K - (1-\beta)h''\theta_K^* + [\sigma(2K_1 + K) + (1-\beta)h'']\theta_K \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_c = \frac{1}{1-\epsilon+\sigma} \{ \alpha'' (\sigma\epsilon - 1 + \epsilon) \psi_N \theta_K + \alpha'' (\sigma\epsilon + 1 - \epsilon) \psi_K \theta_N + \\ + \sigma K \psi_c + (1-\epsilon)h''\theta_c^* - [\sigma(2K_1 + K) + (1-\epsilon)h'']\theta_c \} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_N = \frac{1}{1-\beta'+\sigma} \{ \alpha'' (\sigma\delta' - 1 + \beta') \psi_K \theta_c + \alpha'' (\sigma\delta' + 1 - \beta') \psi_c \theta_K + \\ + \sigma K \psi_N - [\sigma(2K_1 + K) + (1-\beta')h'']\theta_N \} \end{aligned} \quad (13)$$

式中,  $\beta = \frac{N^2}{N^2+1}$ ,  $\alpha'' = \frac{64\sqrt{2}N}{15\pi}$ ,  $\epsilon = \frac{3}{4}$ ,  $\delta' = \frac{N^2-3}{N^2+4}$ ,  $\beta' = \frac{N^2+3}{N^2+4}$ ,  $h'' = \sigma' h'_1$

(6)–(13) 是一个以  $\psi_i, \theta_i (i=A, K, C, N)$  为未知函数的强迫耗散的非线性系统。该系统含有热力强迫参数  $\theta_A^*, \theta_K^*, \theta_c^*$ 。  $\theta_A^*, \theta_K^*$  分别描述赤道一极地之间及东西向海陆之间的热力强迫。副热带大陆与其南面海洋之间的热力强迫由  $\theta_c^*$  近似表示。令  $\theta_A^* = 0.10$ , 与文献[4] 同, 取  $K = 0.0057$ ,  $h'' = K_1 = 0.0114$ ,  $\sigma = 0.2$ , 代入(6)、(7), 可求出一组平衡解  $\bar{\psi}_A = \bar{\theta}_A = 0.07143$ , 相应 250 hPa  $\varphi_0$  处纬向平均风速的  $y$  一波分量为  $22.1 \text{ ms}^{-1}$ ,

这个数值在夏季是合理的。注意到东亚夏季加热最强的区域位于副热带的高原和大陆上空,而不是其南面的海洋,要近似描述这个加热场的主要特征, $\theta_c^*$ 必须小于零。用(5)式,在 $\theta_A^*=0.10$ 的情况下,在 $-0.12 \leq \theta_c^* < 0$ 的范围内,取 $\Delta\theta_c^*=0.001$ 的间隔计算 $\theta^*$ 场。结果表明 $-0.06 \leq \theta_c^* \leq -0.039$ 时,加热最强的纬度位置在 $30-33^\circ\text{N}$ ,从该纬度带向北向南 $\theta^*$ 均合理地减少。因此,确定 $-0.06 \leq \theta_c^* \leq -0.039$ 为本文 $\theta_c^*$ 的取值范围。我们将研究,在这个取值范围内,随着 $\theta_c^*$ 的取值变化,大尺度的流型会怎样地变化。

不难看出,系统(6)–(13)的广义散度

$$D = \sum_{i=A,K,C,N} \frac{\partial \dot{\psi}_i}{\partial \psi_i} + \frac{\partial \dot{\theta}_i}{\partial \theta_i}$$

恒小于零,这就保证了相体积在演化过程中不断收缩。注意到(6)–(13)含有十二个非线性项。在一定的强迫参数范围,非线性的相互作用完全可能激发出局部不稳定。这种局部不稳定在演化过程中自始至终存在着。局部不稳定与相体积不断收缩所产生的全局稳定共同存在,是形成怪引子的必要条件。

产生 Lorenz 怪引子的系统<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma(x-y) \\ \dot{y} &= -xz + rx - y \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned} \quad (14)$$

以及产生 Rössler 怪引子的系统<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(y+z) \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= b + xz - cz \end{aligned} \quad (15)$$

分别具有二个和一个非线性项。显然,系统(6)–(13)含有更多的非线性项,相应怪引子的结构可能更为复杂。

本文数值积分用了 Asselin<sup>[6]</sup>的蛙跃-滤波方案,时步3小时,积分时间均在20000步以上。在非绝热强迫参数的某些范围,清楚地显示出系统的多平衡态特征。这里,对多平衡态不作进一步的讨论,我们主要注视准地转气流的倍周期分叉等问题。

### 三、大尺度大气运动的倍周期分叉

方程组(6)–(13)由一个关于 $\psi_A, \theta_A$ 的二维系统和一个关于 $\psi_j, \theta_j$  ( $j=K, C, N$ )的六维系统所构成。这两个系统之间不存在相互作用。前一个系统可解析求解,因此,主要分析(8)–(13)描述的六维非线性系统。

取初值 $\varphi_0 = (\psi_{K0}, \psi_{C0}, \psi_{N0}, \theta_{Kc}, \theta_{C0}, \theta_{N0}) = (-0.01150, -0.04000, -0.00580, -0.00158, -0.04000, -0.00290)$ ,相应的250 hPa位势高度的初值场在副热带出现闭合高压中心。令 $\theta_K^*=0.04$ ,在 $-0.039 \geq \theta_c^* \geq -0.06$ 的范围内,对(8)–(13)实施数值积分。结果: $-0.039 \geq \theta_c^* > -0.05285$ 时,系统呈单周期态,即经过固定的周期间隔,状态变量 $\varphi$ 的取值重复出现。为使六维系统(8)–(13)的计算结果能以图示说明,令 $\Sigma \equiv \psi_K +$

$+ \theta_x, Y \equiv \psi_N + \theta_N, Z \equiv \psi_C + \theta_C$ , 它们分别代表 250 hPa 地转流函数在  $K, N, C$  方向的分量。计算每个步长的  $X, Y, Z$  的值, 取  $Z = -0.020$ , 制作  $XY$  平面的 *poincare* 截面图 (限定轨迹沿  $Z$  减小的方向穿过该截面)。不计积分的暂态过程,  $-0.039 \geq \theta_c^* > -0.05285$  时, 在 *poincare* 截面图上, 均为一个不动点, 代表运动的周期 1 轨迹。其中,  $\theta_c^* = -0.0520$  的截面图列于图 1 a, 图 1 a 上的不动点  $a$  处,  $\psi_N + \theta_N > 0$ 。每次穿过点  $a$  的数值误差不超过  $1.0 \times 10^{-8}$  (以下数值误差的范围同此)。 $\theta_c^* = -0.05285$  时, 周期 1 的轨道突然一劈为二, 轨道先是经过点  $a$  穿过截面, 绕行一圈后再经点  $b$  穿过截面, 完成一个循环。然后再从点  $a$  穿过截面开始第二个循环 (图 1 b)。在  $-0.052 \geq \theta_c^* \geq -0.05285$  的范围, 选取了十五组  $\theta_c^*$  的值, 间距  $\Delta\theta_c^*$  在  $(0.5-0.25) \times 10^{-4}$  之间,  $-0.052 \geq \theta_c^* \geq -0.05280$  时, 均为周期 1 的轨迹。 $\theta_c^* = -0.05285$  时, 为清楚的周期 2 轨迹。因此,  $\theta_c^* = -0.05285$  可视为二分叉点, 记为  $r_1$ 。类似地,  $\theta_c^* = -0.05323$  时, 显示了清楚的周期 4 分叉 (图 1 c), 记为四分叉点  $r_2$ 。 $\theta_c^* = -0.053310$  时, 开始出现周期 8 分叉, 记为  $r_3$ 。在确定  $r_2, r_3$  以前, 曾经在  $r_2, r_3$  附近, 取间距  $\Delta\theta_c^*$  为  $(0.25-0.05) \times 10^{-4}$ , 实施了多组数值试验。Feigenbaum<sup>[2]</sup> 对一个一阶差分方程倍周期分叉点之间的内在联系做过深入研究, 指出比值

$$\delta_n = (r_n - r_{n-1}) / (r_{n+1} - r_n) \quad (16)$$

在  $n$  取值较大时为一普通常数, 其数值为 4.6692 左右。对高维常微分方程组描述的系统, 倍周期分叉点之间的关系比较复杂, 不过现已有一些二维和更高维数系统的数值计算结果, 其比值与 4.6692 是接近的。这里讨论的是六维自治系统, 如以  $r_1 = -0.05285$ ,  $r_2 = -0.05323$ ,  $\delta_2 = 4.6692$ , 用 (16) 式计算周期 8, 周期 16, 周期 32 分叉的理论值  $r'_3, r'_4, r'_5$ , 则  $r'_3 = -0.0533114$ ,  $r'_4 = -0.0533288$ ,  $r'_5 = -0.05333256$ 。实际计算结果  $r_3 = -0.053310$ , 可见  $r_3$  与  $r'_3$  十分接近。若在  $r'_3$  与  $r_3$  之间, 取  $\Delta\theta_c^* = 1 \times 10^{-7}$  为间距实施更多的数值试验, 估计可以进一步提高八分叉点理论值与实际值的接近程度。不过由于在分叉点附近迭代过程的收敛速度变慢, 会出现分叉点附近的慢化现象, 带来一些困难。这样,  $r_1, r_2, r_3$  的相互关系只是近似满足 (16) 式。 $\theta_c^* = -0.053315$  时, 因为已越过周期 8 分叉点, 在 *poincare* 截面上出现了八个不动点 (图 1 d)。限于计算条件, 准确地寻求  $r_4, r_5$  的位置比较困难。我们在理论值  $r'_4, r'_5$  的附近两侧选取  $\theta_c^*$  的值来计算, 以判断  $r_4, r_5$  的大致位置。取  $r'_4 = -0.0533288$  附近的值  $\theta_c^* = -0.0533275, -0.0533300$  计算, 由于前者尚未越过周期 16 的分叉点  $r'_4$ , 在 *poincare* 截面图上仍为 8 个不动点, 但后者已越过  $r'_4$ , 确实出现了周期 16 的轨迹 (图 1 e)。令  $\theta_c^* = -0.053333$ , 它已越过周期 32 的分叉点  $r'_5 = -0.05333256$ , 积分 130000 个步长, 确实显示出周期 32 的轨迹 (图略)。

这样, 随着非绝热强迫参数  $\theta_c^*$  的渐变,  $X, Y, Z$  描述的对流层上层准地转气流的流型演变经历了一个倍周期的逐次分叉过程。诸分叉点的位置并非杂乱无序, 而是大致遵循 (16) 这个普适关系的约束。

由 (16), 可得<sup>[7]</sup>

$$r_n \doteq r_1 + \frac{r_2 - r_1}{1 - \epsilon_1} \quad (17)$$

式中

$$\epsilon_1 = \frac{1}{4.6692}$$

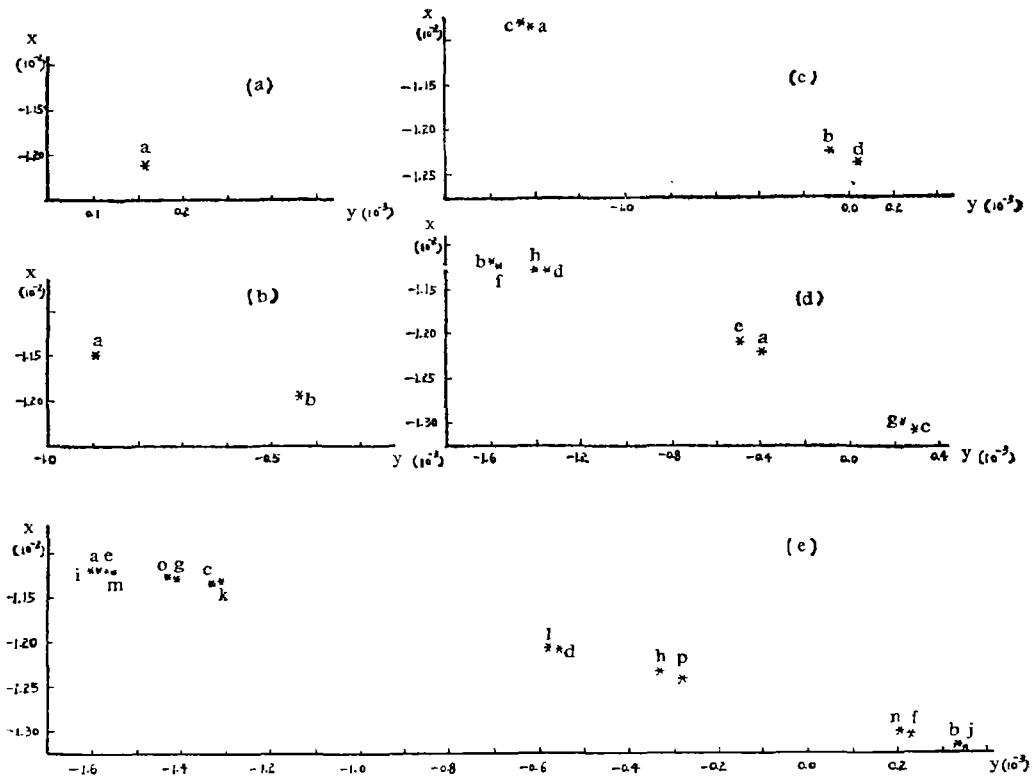


图 1 波动分量  $X, Y$  随  $\theta_c^*$  变化的倍周期分叉图  
 ( $\theta_c^*$  的数值: (a)  $-0.0520$ , (b)  $-0.05285$ , (c)  $-0.05323$ , (d)  $-0.053315$ , (e)  $-0.053330$ )

用  $r_1 = -0.05285, r_2 = -0.05323$  代入(17), 得  $r_\infty = -0.0533336$ 。当  $\theta_c^*$  越过周期  $\infty$  的分叉点  $r_\infty$  后, 流型演变不再是有序的多周期运动, 而是进入非周期的混沌态。

#### 四、大尺度大气运动的非周期演变

令  $\theta_c^* = -0.05334$ , 它已越过  $r_\infty$  的分叉点, 对(8)–(13)积分 75000 个步长, 不计暂态过程, 点出  $Z = -0.020$  的 Poincaré 截面图(图 2)。可见, 图 2 上的点分别集中于  $A, B, C, D$  四段, 这与图 1 上  $2^n (n=0, 1, 2, 3, 4)$  个不动点的态势完全不同, 它们反映了截然不同的轨道构成和截然不同的流型演变特征。

图 2 反映的  $(X, Y, Z)$  相空间的轨迹是这样运行的。轨线先从上而下经过图 2  $A$  段的点 1 穿过截面, 环绕一圈后, 在  $B$  段上点 2 处穿过截面, 然后依次从  $C$  段上点 3,  $D$  段上点 4, 穿过截面, 完成一个循环。然后再从  $A$  段的点 5 处穿[过截面, 按  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  段的顺序不断往返。然而, 在  $A, B, C, D$  四段上不存在任何一个不动点。因此, 不存在单个周期或周期组合的运动形态。为进一步说明, 相应于  $A, B, C, D$  四个线段定义渐近转换函数:

$$Y_{k, n+1} = F(Y_{k, n}) \equiv T^{(4)}(Y_{k, n}) \quad (18)$$

式中,  $k = A, B, C, D, T^{(4)}$  表示经四步的转换。  $T^{(4)}(Y_{k, n})$  与  $Y_{k, n}$  之间存在着近似

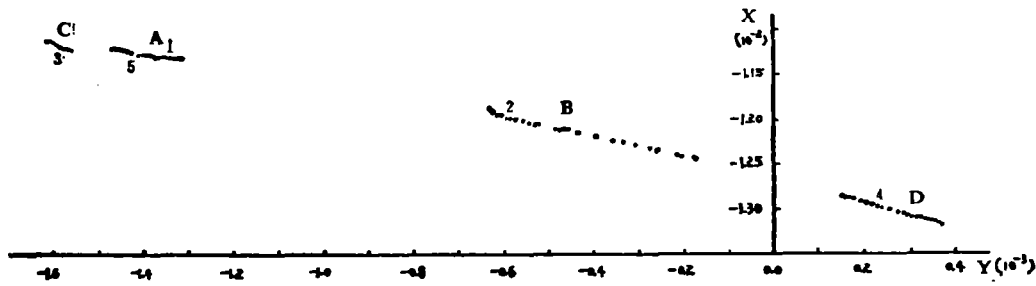


图 2  $\theta_0 = -0.05334$  时波动分量  $X, Y$  的 poicare 截面图

的二次联系(图 3),这是典型的混沌响应曲线。若运动为严格的四点周期,那末,每个循环都会经过图 2 上线段  $A, B, C, D$  收缩成的四个点,这四个点与图 3 上对角直线与曲线的交点对应。现在,过该交点作切线,与  $Y_{k,n}$  轴方向形成交角  $\alpha_k$ 。据 May<sup>[8]</sup> 的规则,若  $|\alpha_k|$  大于  $45^\circ$  时,该交点不稳定。由图 3 可见,  $|\alpha_k|$  ( $k=A, B, C, D$ ) 均大于  $45^\circ$ , 所以,四点周期不会稳定。为了认识轨线在  $A, B, C, D$  四个线段上运行的稳定性特征,我们计算了各段的 Лапунов 特征指数:

$$\lambda_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \left| \frac{dF_k}{dY_k} \right|_i$$

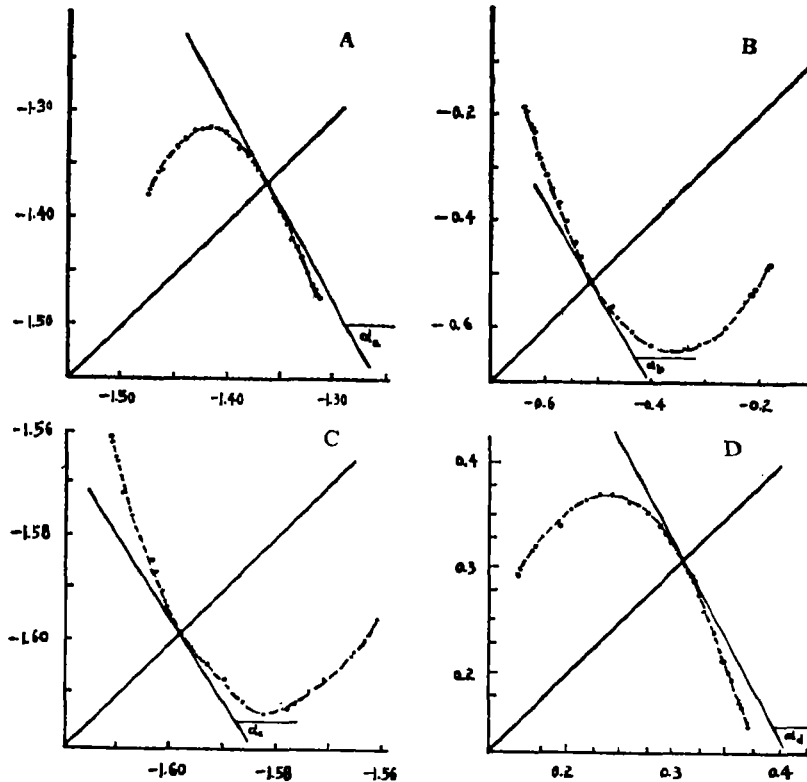


图 3 相应于图 2  $A, B, C, D$  四段的转换函数曲线  
(纵坐标为  $Y_{k,n-1}$ , 横坐标为  $Y_{k,n}$ , 单位  $(10^{-3})$ )

这里,  $N=26$ 。结果  $\lambda_A=0.326, \lambda_B=0.333, \lambda_C=0.461, \lambda_D=0.346$ 。显然,  $\lambda_k$  均大于零。说明在线段  $A$  (或  $B, C, D$ ) 上, 初始时刻很接近的两点, 随着时间的推移将指数式地分离。图 3 上曲线的有界性使得 (18) 式映射的结果总是回到它自身。在有限的几何对象上要能实现指数分离, 必须伴随着延伸、折迭、压缩的形态, 这是怪引子的性质。结果在图 2  $A, B, C, D$  四个线段上不存在任何一个点, 可以让轨线在其上驻留 (局部不稳定), 而轨线又始终沿着  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  的顺序运行 (全局稳定)。因此, 越过分叉点  $r_\infty$  后,  $\theta_c^* = -0.05334$  时, 系统 (8) — (13) 的渐近形态是一个怪引子。

越过分叉点  $r_\infty$  后, 在混沌区内, 有一个显著特征, 即出现称之为窗口的新的周期态。当  $-0.053384 \leq \theta_c^* \leq -0.053382$  时, 就出现了周期 6 的窗口。图 4 给出了相应于  $\theta_c^* = -0.053382$  的 poicare 截面图。

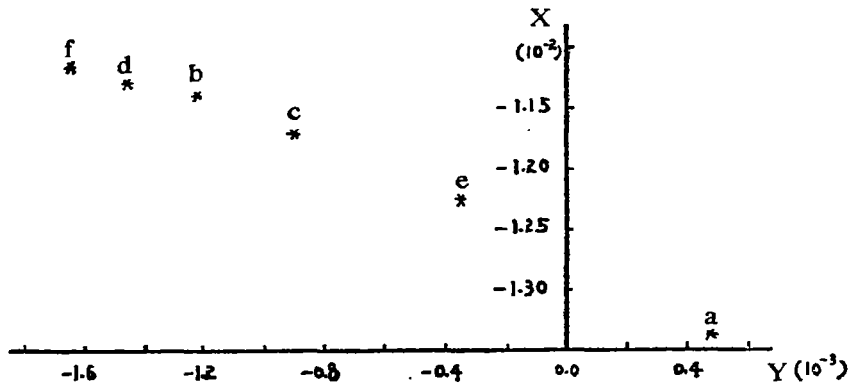


图 4  $\theta_c^* = -0.053382$  时, 波动分量  $X, Y$  的 poicare 截面图

## 五、结果与讨论

七十年代末, Charney 等<sup>[9]</sup>同时考虑强迫、耗散和非线性作用, 提出了大气环流多平衡态的概念, 引起了许多国家气象界的注意。我国气象工作者在高低指数环流的多平衡态, 副热带流型的多平衡态以及环流型转换等方面, 已取得一系列的新结果。这些研究一般集中在多平衡态和极限环的范畴。多平衡态和极限环是强迫耗散系统的极重要的运动形态。同时, 它们又只是强迫耗散系统演化过程的一个局部。这个演化过程的全貌包含决定性方程组所隐含的内在随机性, 即非周期的或混沌的运动形态, 以及在确定性和随机性两类运动形式之间的转换过程。本文用低谱途径对此进行了初步的研究, 结果除得到了多平衡态和极限环外, 还得到了大尺度大气运动的非周期态。该非周期态是通过倍周期分叉的途径, 在越过分叉点  $r_\infty$  后显示出来的。在混沌区内, 又显示出周期 6 的规则形态。

本文对二层准地转模式进行高截谱, 得到了一个八维的自治系统, 该系统由一个二维的线性系统和一个六维的强迫耗散的非线性系统拼合而成。这个六维系统含有十二个非线性项。因此, 比三维的带有两个或一个非线性项的 Lorenz 系统 (14) 及 Rössler 系统 (15) 要复杂。Lorenz 怪引子的结构由两片组成, 每片各自围绕着悬在三维空间的原来的

不动点,螺旋式地从外向内旋转,到不动点附近,突然随机地跳到另一片的外缘继续旋转。Rössler 怪引子仅由单片组成。当(8)–(13)系统的强迫参数  $\theta^*$  越过周期  $\infty$  的分叉点  $\tau_*$  后,系统进入混沌区。该混沌由四片组成,按照固定的顺序,轨道依次经过这四片,但这四片上没有任何一个点是稳定的不动点可以让轨道在其上驻留,从这个意义上说,该混沌状态是一个由四片组成的怪引子,其结构与 Lorenz 怪引子和 Rössler 怪引子不同。

本文谱展式(6)–(13)是从大气运动的准地转方程组推得的。大气内部诸参数的取值,如  $h''$ ,  $K_1$ ,  $K$ ,  $\sigma$  等的取值,为实际大气的典型值,强迫参数  $\theta_A^*$ ,  $\theta_X^*$ ,  $\theta_C^*$  的取值能够近似地描述夏季的情况。因此,上述关于周期态和非周期态的演变,与实际大气的流型演变,两者之间理应有某种联系。由(5)式不难推断,在对流层上层的副热带区域,位势高度值与该纬圈平均位势高度值的差值主要取决于  $\psi_N + \theta_N$  的取值。设想  $x=0, \pi, 2\pi$  处为模式下边界地形脊线,那末,  $\psi_N + \theta_N > 0$  时,对流层上层副热带高压中心在  $x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$  处,

即“高原”以东;  $\psi_N + \theta_N < 0$  时,该高压中心在  $x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$  处,即“高原”以西。如上文所述,  $-0.039 \geq \theta_C^* > -0.05285$  时,系统呈单周期态。需要指出的是,这些单周期态的主要特征是  $\psi_N + \theta_N$  正负符号的周期性变化,相应的物理图象是对流层上层副热带高压的东西振荡,振荡周期的长度均为二至三周左右。这是一类周期严格相等的振荡形态。随着  $\theta_C^*$  的变化和周期倍化的出现,振荡周期的长度增加,谱系数的演变出现了若干小的波动,这是一类被称之为半周期(semiperiod)的振荡形态。当  $\theta_C^*$  越过分支点  $\tau_*$  后,谱系数的演变为非周期振荡。这些振荡形态似乎与实际大气的情况有相似之处。实际大气中,夏季对流层上层副热带高压位置的变化,有时显示出比较规则的二至三周的振荡形态,有时是准周期的振荡形态,有时又呈现出不规则的运动形态。据此,似乎可以认为,大尺度大气运动不同振荡形态的维持与转换,与热力强迫的变化之间,可能存在着某种内在的联系。

大气环流的多平衡态与流型持续有关,极限环与流型的周期变化如副热带高压的东西向周期振荡有关,多平衡态之间的转换与流型的突变如季节性环流突变有关,而非周期态的形成以及非周期态与周期态之间的转换,与中长期天气演变过程准周期性的破坏及其重新建立有关。这些非线性大气动力学的概念对于理解实际流型演变的形成机制,无疑是有意义的,值得进一步的研究。

### 参 考 文 献

- [1] Lorenz, E. N., Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.*, 20, 130–141, 1963.
- [2] Feigenbaum, M. J., Quantitative universality class for a class of nonlinear transformations, *J. Stat. Phys.*, 19, 25–39, 1978.
- [3] Saltzman, B., Finite amplitude free convection as an initial value problem-1, *J. Atmos. Sci.*, 19, 329–341, 1962.
- [4] Charney, J. C., and D. M. Straus, Form-drag instability, multiple equilibria and propagating planetary waves in baroclinic, orographically forced, planetary wave systems, *J. Atmos. Sci.*, 37, 1157–1176, 1980.
- [5] Rössler, O. E., An equation for continuous chaos, *Phys. Lett.*, 57 A, 397–401, 1976.
- [6] Asselin, R., Frequency filter for time integration, *Mon. Wea. Rev.*, 100, 487–490, 1972.
- [7] Pedlosky, J., Chaotic and periodic behavior of finite amplitude baroclinic waves, *J. Atmos. Sci.*,



- 37, 1177—1196, 1980.
- [8] May, R. M., Simple mathematical models with very complicated dynamics, *Nature*, 261, 459—466, 1976.
- [9] Charney, J. G., and J. G. Devore, Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking, *J. Atmos. Sci.*, 36, 1205—1216, 1979.

## PERIOD-DOUBLING BIFURCATIONS OF THE ATMOSPHERIC CIRCULATION AND APERIODIC VARIATIONS OF THE FLOW PATTERNS

Luo Zhexian

(*Meteorological Bureau of Gansu Province*)

Abstract

An eighth-order set of ordinary differential equations, which governs the dynamics of a quasigeostrophic flow of the baroclinic atmosphere, is used to investigate bifurcational and chaotic forms of the atmospheric circulation. Numerical integrations of the set exhibit period-doubling bifurcations of the flow patterns. It seems that the Feigenbaum relation  $(r_n - r_{n-1}) / (r_{n+1} - r_n) = 4.6692$  is satisfied approximately. Above a limit point  $r_\infty$  the solutions are aperiodic and chaotic, and a strange attractor having four inter-linked chaotic fragments appears. A window of period-6 emerges also in the chaotic region.