第 47 卷 第 4 期　　气 象 学 报　　Vol. 47, No.
1989 年 11 月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Nov., 1989

边界层低空急流的数值研究*

何建中　伍荣生

(南京大学大气科学系)

提　　要

本文利用稳定层结条件下的二维夜间边界层模式，研究了自由大气中的波动及热力稳定度对夜间低空急流的发展演变的影响问题，从而初步研究了自由大气中的波动对边界层大气的反馈作用。指出了自由大气的波动对于大气边界层结构有相当大的影响，对边界层低空急流影响明显。

一、引　　言

边界层低空急流是一种重要的天气系统，它的出现、发展与变化，对于国民经济建设具有较大影响。例如，它对飞机安全着落，火箭和导弹发射的准确性，强对流和夜间雷暴的发展，低空污染物的输送与扩散等都有十分重要影响。因此，对于低空急流的成因与预报的研究，已成为当前的一个重要课题。

但以往工作中，大都是局限于边界层内部的热力与动力过程，而且大都是采用一维模式来进行数值模拟，对于自由大气对边界层影响的重要性，则是重视不够，而事实上，自由大气的动力特征是构成边界层动力学的重要背景场，它对于边界层的动力与热力结构都会有重要影响。自由大气与边界层的相互作用是影响边界层动力学的一个重要物理因子。在本工作中，将利用一个简单的二维模式，通过数值分析的方法，研究稳定层结下夜间低空急流的形成与发展，特别是对于自由大气中的波动影响，予以详细分析与讨论。

二、数 值 模 式

为了使问题简单起见，只考虑 x,z 二维的运动。此时，边界层内的控制方程可写成：

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}=fv-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-fu+F_y+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial v}{\partial z}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}+u\frac{\partial \theta}{\partial x}+w\frac{\partial \theta}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{4}$$

其中符号同惯常意义。(1)、(2)两式是水平运动方程，(3)式为热流量方程，(1)—(3)其水平扩散项因比水平平流项量级小已略去，(4)式为连续方程。在方程中已假定各种湍流交

* 本文于 1987 年 10 月 23 日收到，1988 年 3 月 21 日收到修改稿。

换系数是相同的。Webb[1]和 Oke[2] 等人均指出在稳定的大气层结中，这一假定是较合理的。

在(1)、(2)两式中，F_y 表示南北方向的气压梯度力，$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$表示 x 方向气压梯度力。考虑到边界层内，大气的斜压性的贡献并不十分显著，按照通常取法，暂不考虑气压梯度力随高度的变化，因此，F_y 及$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$均可以利用边界层顶部即自由大气底部的量来表示，换言之，这对于边界层来说，气压场是已知的。

在我们的试验中，取边界层顶即自由大气底部($k=0$)处的风速为 u_H, v_H，气压梯度力与它们之间关系采用下式来计算：

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=-fv_H \tag{5}$$

$$F_y=fu_H+\frac{\partial v_H}{\partial t}+u_H\frac{\partial v_H}{\partial x} \tag{6}$$

在如此处理下，(1)—(4)式构成 u, v, w, θ 的闭合方程组。在此组中的湍流交换系数利用下方法来决定：

湍能方程可写成：

$$\frac{\partial b^2}{\partial t}=k\left(s^2-\frac{g}{\theta}\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial b^2}{\partial z}\right)-\varepsilon \tag{7}$$

其中，$b^2=\frac{1}{2}\left(\overline{u'^2}+\overline{v'^2}+\overline{w'^2}\right)$，它为湍流脉动动能，$s^2=\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2$，它为风速的垂直切变，$\varepsilon$为湍流耗散率。Wyngaard 和 Cote[3]等人曾指出，在稳定层结条件下，湍流能量方程(7)式中，局地变化项与湍能垂直扩散项均是可略小项，如此(7)式可化简为：

$$k\left(s^2-\frac{g}{\theta}\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)=\varepsilon \tag{8}$$

而在另一方面，根据Kolmogorov 相似理论，湍流交换系数 k，湍流耗散率 ε，湍流尺度 l 及 b^2之间有以下关系式：

$$k=c_0 lb \tag{9}$$

$$\varepsilon=c_1 b^3/l \tag{10}$$

式中 c_0, c_1 为常数，$c_1\approx c_0^3$，$c_0=0.4$，l 采用 Blackadar 的公式[4]：

$$l=k_0(z+z_0)(1+k_0(z+z_0)\lambda^{-1})^{-1} \tag{11}$$

其中 k_0 为 Von-Karman常数，取 0.4，z_0为地面粗糙度。

$$\lambda=0.0063\,u_*/f \tag{12}$$

u_*为边界层内参数摩擦速度，它可表示为：

$$u_*=(ks)^{\frac{1}{2}}{}_{z=z_s} \tag{13}$$

z_s为近地层高度。

将(9)、(10)、(11)式，代入(8)式，即得：

$$k=l^2\left(s^2-\frac{g}{\theta}\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)^{\frac{1}{2}}=l^2 s(1-Ri)^{\frac{1}{2}} \tag{14}$$

Ri为 Richardson数。当Ri达到并超过临界 Ri 数时，(文中取 $R_{ic}=1.0$)k 采取 Karlsson 的模式[5]：

$$k=l^2 s/(1+Ri)^2 \tag{15}$$

利用上述给定 k 的表示式，(1)—(4)就成为完全闭合的方程组。

下边界条件为：

$$z=z_0;\qquad u=v=w=0;$$

$$\theta=\theta_0(x,t)=\overline{\theta}_0-\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)x-\frac{2}{3}\theta_s(3ft+1)^{\frac{1}{2}}+\frac{2}{3}\theta_s \tag{16}$$

$$z=H;\qquad u=u_H=10\ \mathrm{m/s}$$

$$v=v_H=A\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}\pm\frac{t}{T}\right)\qquad \mathrm{m/s}$$

$$\theta=\theta_H=\overline{\theta}_0 \tag{17}$$

侧边界条件为：

$x=0$；u,v,w,θ 满足(1)—(4)去掉平流项时的闭合方程组。在我们试验中取 $\overline{\theta}_0=288K$，$\frac{\partial\theta}{\partial x}=\frac{1}{1000}\mathrm{K\ km^{-1}}$，$\theta_s$ 具有位温量纲，它确定了冷却速度，为一常数。有关地面温度变化的公式是仿照 Delage[6] (1974) 所用公式。

在研究自由大气波动对边界层风场影响时，取不同的振幅 A，波长 L，周期T进行试验，取值与结果，将在第四节中给出。

三、差分格式与计算方案

考虑到边界层下部物理量变化比较剧烈，取下密上疏的非等距网格，其网格距随高度大致为对数-线性分布，如表1所示。

表 1　各网格距高度位置

No(J)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Z(m)	0	0.25	0.5	1	2	6	16	32	64	100	200	300	400	500	600	800	1000

水平网格间距取等间距 $\Delta x=50$ km，计算2个波长。

差分格式：时间导数采用前差，平流项和扩散项分别采用不同的差分格式。垂直平流项和扩散项采用隐式差分，水平平流采用显式迎风差分格式。即对任一气象要素 ϕ，

$$\begin{cases}\left(\dfrac{\partial\phi}{\partial t}\right)_{ij}^{n+1}=\dfrac{\phi_{ij}^{n+1}-\phi_{ij}^{n}}{\Delta t}\\ \left(u\dfrac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{ij}^{n}=u_{ij}^{n}\dfrac{\phi_{ij}^{n}-\phi_{i-1}^{n}}{\Delta x}\\ \left(w\dfrac{\partial\phi}{\partial z}\right)_{ij}^{n+1}=w_{ij}^{n}\dfrac{\phi_{ij+1}^{n+1}-\phi_{ij-1}^{n+1}}{z_{ij+1}-z_{ij-1}}\\ \left(\dfrac{\partial}{\partial z}\left(k\dfrac{\partial\phi}{\partial z}\right)\right)_{ij}^{n+1}=a_{ij}^{n}\phi_{ij+1}^{n+1}-(a_{ij}^{n}+b_{ij}^{n})\phi_{ij}^{n+1}+b_{ij}^{n}\phi_{ij-1}^{n+1}\end{cases} \tag{18}$$

式中，$a_{ij}^n = 2k_{ij+1/2}^n/(z_{ij+1}-z_{ij})(z_{ij+1}-z_{ij-1})$

$b_{ij}^n = 2k_{ij-1/2}^n/(z_{ij+1}-z_{ij})(z_{ij}-z_{ij-1})$

(i,j,n)分别代表网格点水平与垂直位置及时间步数。

利用上述差分方案，(1)—(4)化为一组代数方程。

$$A_{ij}^n\phi_{ij+1}^{n+1} - C_{ij}^n\phi_{ij}^{n+1} + B_{ij}^n\phi_{ij-1}^{n+1} + D_{ij}^{n+1} = E_{ij}^n \tag{19}$$

$$w_{ij+1} = w_{ij} - \frac{(u_{ij}-u_{i-1j}+u_{ij-1}-u_{i-1j-1})}{\Delta x}\cdot\frac{(z_{ij+1}-z_{ij})}{2} \tag{20}$$

其中，

$$A_{ij}^n = a_{ij}^n - w_{ij}^n/(z_{ij+1}-z_{ij-1})$$

$$B_{ij}^n = b_{ij}^n + w_{ij}^n/(z_{ij+1}-z_{ij-1})$$

$$C_{ij}^n = a_{ij}^n + b_{ij}^n + \frac{1}{\Delta t}$$

$$D_{ij}^{n+1} = \begin{cases} f v_{ij}^{n+1} & \phi = u \\ -f u_{ij}^{n+1} & \phi = v \\ 0 & \phi = \theta \end{cases}$$

$$E_{ij}^n = \frac{-\phi_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{u_{ij}^n}{\Delta x}\left(\phi_{ij}^n - \phi_{i-1j}^n\right) - \begin{cases} -f v_H^{n+1} & \phi = u \\ \dfrac{\partial v_H^{n+1}}{\partial t} + u_H^{n+1}\dfrac{\partial v_H^{n+1}}{\partial x} + f u_H^{n+1} & \phi = v \\ 0 & \phi = \theta \end{cases}$$

对每一时刻 n 及水平位置i，令 $J=0,1,\cdots\cdots16$，(19)式中关于 θ 的系数矩阵为三对角矩阵，关于向量 $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ 也为三对角矩阵，采用追赶法求出某一水平位置各高度的风、温分布，从左到右即可求出某一时刻风温的分布。

上述差分方案中，垂直平流项及扩散项采用了 Crank—Nicholson 方案，但为低精度方案 $\alpha > \frac{1}{2}$（取 $\alpha=1$ 隐式格式）也是无条件稳定的，且能有效阻尼短波[7]，试验中取 $\Delta t=10$ min，计算了 12 小时，计算结果是稳定的。水平平流项采用了显式迎风差分格式，线性稳定性判据是 Conrant 数 $C_r\frac{|u|_{max}\cdot\Delta t}{\Delta x}\leqslant 1$，试验中取 $\Delta t=10$ min，$\Delta x=50$ km，计算了 12 小时得到了稳定预报，但时间步长增大或空间格距缩小到一定程度，会出现不断增长的短波扰动，甚至破坏预报进行。如(1)—(3)增加水平扩散项能增加计算稳定性。

取(1)—(4)的定常解作为初始风温场(18:00)。其相应边值条件由(16)、(17)两式令 $t=0$ 给出。

四、计 算 结 果

1. 自由大气波动与急流的关系

我们计算了模式地面位温一夜冷却$\Delta\theta=10$K，$z_0=0.01$ m，$f=10^{-4}$s^{-1}时，边界层风速结构，急流强度与波动波长、周期、振幅及波动传播方向的关系。

1) 波长与急流关系

计算表明(表 2)，自由大气波动有利于急流强度增强，且短波比长波影响大。摩擦效

应使得风速垂直分布不均匀大致呈指数衰减，而由于波动存在，非线性平流作用使边界层风速水平结构也不均匀，也呈波动状，使边界层内某些地区急流强度增强。无论长波短波其风速极大区域均出现在边界层顶正涡度区下方$\left(\zeta_H=\frac{\partial v_H}{\partial x}>0\right)$，而负涡度区下方$\left(\zeta_H=\frac{\partial v_H}{\partial x}<0\right)$相应风速为极小区域。

同样对中性层结也作了数值试验，结论类似（表 2）。即使不考虑层结效应仅考虑大气波动，波长为 500—1000 km 的波动下急流强度与无波动时层结为 $\Delta\theta=10$ K时效果相当。因此，大气波动对边界层风速结构，急流强度影响作用是明显的。

表 2　波长与急流强度关系

$v_H=3\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}\right)$　　$x=\zeta_{H\max}$ 处

波长 L(km)	∞	3000	1000	500	250
超地转强度% $\Delta\theta=10$ K	13.2	16.1	19.2	22.5	25.8
超地转强度% 中性层结	7.3	9.3	11.1	15.2	17.2

表 3　周期与急流强度关系

$v_H=3\cos 2\pi\left(\frac{x}{500}-\frac{t}{T}\right)$　$t=2:00$　$x=\zeta_{H\max}$ 处

周期 T(天)	1	2	∞
超地转强度%$\Delta\theta=10$ K	16.5	18.0	22.5
超地转强度%中性层结	13.3	14.1	15.2

2）周期与急流关系

计算表明(表 3)，定常与非定常波动对边界层风速结构、急流强度影响不同，不同周期波动其影响也不相同。本试验在相速 $u_H>c_p>0$ 的条件下得出，波动周期越长，急流强度越大。中性层结也有类似结果（表 3）。虽然不同条件下，波动周期与急流关系可能会不同，但都说明了不同周期的波动对边界层风速结构影响不同。

3）振幅与急流关系

计算表明(表 4)，波动振幅越大，对急流强度增强作用越大；振幅越小，急流强度越小。当振幅为零无波动时，急流强度最弱。中性层结也有类似结果(表 4)。

4）传播方向与急流关系

计算表明(表 5)，波动向西传播（$c_p<0$)，有利于急流强度增强；波动向东传播（$c_p>0$)，不利于急流强度发展；定常波动介于上述两者之间。对中性层结也有类似结果（表 5)。

表 4　振幅与急流强度关系

$v_H=A\cos 2\pi\left(\frac{x}{500}\right)$　$x=\zeta_{H\max}$ 处

振幅 A	3	1	0
超地转强度%$\Delta\theta=10$ K	22.5	16.5	13.8
超地转强度%中性层结	15.2	10.3	6.8

表 5　传播方向与急流强度关系

$v_H=3\cos 2\pi\left(\frac{x}{500}+\frac{6t}{86400}\right)$　$t=2:00$

$x=\zeta_{H\max}$ 处

6	+1 ($c_p<0$)	−1 ($c_p<0$)	0 ($c_p=0$)
超地转强度%$\Delta\theta=10$ K	29.7	19.4	25.8
超地转强度%中性层结	23.7	14.5	17.2

2. 层结与急流的关系

以往工作表明，稳定层结能使边界层中超地转现象加强而形成低空急流，且风场随时间演变与地面降温程度及逆温层发展密切相关。急流出现高度低于相应条件下的逆温层顶高度。从物理意义上讲，急流的出现主要是一种能量与动量守恒律在垂直方向上的表达方式，初始时刻(近似中性层结)，上下风速分布较均匀，湍流发展与交换以及能耗都达到了一个准定常态。当地面降温后，逆温开始形式，湍流发展受到限制，打破上述准定常态。逆温存在减弱湍流，在逆温层顶附近 k 取极小值，因而阻止逆温层处上下动量交换加上湍流耗散 ε 也很小，迫使逆温层顶之下的多余动量以超地转风的急流形式在某一高度释放出来以维持动量守恒。这是不考虑水平动量输送一维模式关于层结与急流关系的结果。

为了进一步考虑水平方向的动量输送情况下层结与急流的关系，我们利用模式进一步进行数值试验，计算表明(表 6)，基本结论同一维模式的结果。但考虑了二维水平不均匀，大气波动的水平方向动量输送，在同样 v_H 下，同样层结下其正、负涡度区及无涡度区($\zeta_H=0$)的急流强度是不同的。这显然不能仅仅从垂直方向能量与动量守恒来解释，主要是由于考虑了大气波动的非线性动量平流输送使得边界层风速水平不均匀呈现了波动状态，某些地区出现较强的急流。因此，强的急流可能是水平动量输送的动力作用与垂直方向热力层结作用引起的动量垂直输送的综合结果。

表 6 层结与急流强度关系 $v_H=3\cos 2\pi\left(\frac{x}{500}\right)$ $x=v_H$ 为 0 处

正涡度区 $\zeta_H>0$	$\Delta\theta$(K)	中性层结	6	8	10	12	15
$\zeta_H>$	超地转强度%	15.2	18.2	18.6	22.5	25.3	29.8
$\zeta_H=0$	超地转强度%	6.8	10.3	10.9	11.6	15.9	21.0
负涡度区 $\zeta_H<0$	超地转强度%	<0	<0	<0	<0	<0	<0

五、结 论

通过以上讨论，我们得到如下初步结果：自由大气波动对稳定层结及中性层结边界层结构、急流强度有相当大的影响。大气波动的非线性动量平流输送的动力作用使边界层风速水平分布不均匀呈波动状态，在某些地区出现较强的急流。大气波动的波长、周期、振幅及传播方向与急流强度有一定关系。由于热力稳定度(层结)的作用，在垂直方向热力作用引起的动量输送在边界层底部出现较强的急流。层结越稳定，其急流强度越强。因此，强的低空急流是波动动量水平输送的动力作用与热力作用引起的动量垂直输送的共同结果。

参 考 文 献

[1] Webb, E. K., Profile relationships the log-linear range and extension to study stability, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **96**, 67-90, 1970.

[2] Oke, T. R., Turbulent transport near the ground in stable conditions, *J. Appl. Met.*, **9**, 778-786, 1970.

[3] Wyngaard, J. C., and O. R. Cote, The budgets of turbulent kinetic energe and temperature variance in the atmospheric surface layer, *J. A. S.*, **28**, 190-201, 1971.

[4] Blackadar, A. K., High resolution models of PBL, in J. R. Pfafflion and E. N. Ziegler, (eds), Advances in Environmental Science and Engineering, 1, Lordon and Breack, 1979.

[5] Karlsson, E., A numerical model for the boundary layer of the atmospheric at neutral and stable stractification, Dm-7, Inst of Met. University of Stockhom (in Swedish), 1972, (引自[8]).

[6] Delage, Y., A numerical study of the nocturnal atmospheric boundary layer, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **100**, 351-364, 1974.

[7] 吴辉碇、张兴旺、屠伟铭、朱宗申，大气边界层的数值模式，气象学报，42，3，290-299，1984。

[8] 钟世远、李兴生，论大气边界层的数值模拟方法，大气科学，10，266-276，1986。

NUMERICAL STUDY ON THE LOW LEVEL JET IN THE PLANETARY BOUNDARY LAYER

He Jianzhong　Wu Rongsheng

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)

Abstract

In the paper, the effect of wave motion in the free atmosphere on the evolution of low level jet is studied by means of numerical approach. A two-dimension model of boundary layer is developed. The experiments of different wave length, frequencies are made to understand the characteristic features of low level jet in the boundary layer. It is found that these effects are significant.