

一种适用于中国夏季暴雨系统诊断的 非地转 Q 矢量 ω 方程*

彭春华 洪国平 胡伯威

(武汉中心气象台, 武汉, 430074)

(武汉暴雨研究所, 武汉, 430074)

摘 要

根据中国夏季暴雨系统的有关特点, 导出一种适用于低层(850 hPa 附近)单层 ω 诊断的非地转 ω 方程, 它有别于迄今各种以“平衡方程”约束的非地转 ω 方程。其中还适当地隐含非绝热作用, 也包含了低层摩擦强迫。整个强迫场仍可写成一种简洁直观的矢量(Q^*)散度形式, 以便应用于一般气象台业务分析预报中。

关键词: 非地转 Q 矢量, 暴雨系统诊断, ω 方程。

1 引 言

准地转 ω 方程和半地转的二维次级环流方程在中、高纬度天气系统诊断分析和早期数值预报模式中得到了广泛的应用。Hoskins 等^[1]在 20 世纪 70 年代末修改了传统的 ω 方程, 将平流强迫函数重组为准地转 Q 矢量散度的形式, 预先剔去了分别与温度平流和动量平流有关的两项之间相抵的部分。对中、高纬度天气系统的发展及其次级环流机制作出更合理的表述和解释。但是在人们最感兴趣的伴有强降水的天气系统诊断中, 使用准地转 ω 方程遇到两方面的困难。其一是在这类天气系统中凝结和对流热交换带来的非绝热强迫往往远大于平流强迫, 因而这是强降水天气系统的主要因子。虽然形式上可在 ω 方程中加进非绝热项, 但因为它密切依赖待诊断的 ω 场本身, 难以预先给出。曾经有人用过隐式处理方法, 即以湿静力稳定度 σ_m 代替“干”的静力稳定度 σ , 避免了潜热项(主要的非绝热项)的直接表述, 其物理前提之一是凝结加热与本层的宏观上升运动近似成正比, 所以不适用于伴有强对流的暴雨系统。但根据我们对这类暴雨系统的认识, 对特定的关键层, 仍可作形式上类似的简便隐式处理。

另一个困难是在这类天气系统中, 风场具有显著的非地转特点, 这是必须考虑的。先后有人给出过几种形式的非地转 ω 方程, 例如我国早已熟悉并在暴雨分析中使用过的 Krishnamurti^[2] ω 方程; 近年 Jones^[3] 和 Xu^[4] 分别从他们的广义 Q 矢量理论和“半平衡模式”经简化给出的 Q 矢量 ω 方程等。它们基本上都以平衡方程为运动约束条件。在对散度及其变化的过严限制这一点上并不符合次天气尺度暴雨系统风场的实际情况(而且在它

* 初稿时间: 1997 年 10 月 20 日; 修改稿时间: 1999 年 1 月 18 日。

资助课题: 武汉市重点科技攻关项目资助。

们的较完整的形式中都包含非热成风涡度的时间微商项, 须用逐步迭代方法求繁琐的三维数值解)。而且其中无法避开难以给出的显式强非绝热项。Barnes^[5]和Crumm等^[6]在用 Q 矢量场诊断降水试验中发现低层的比中层好用(这是从对照未来一段时间的降水得出的结果)。如果将 ω 诊断限制在低层, 根据我们所熟知的低层压、温、风场各种特点, 上述两方面问题都可以得到较好的解决。在暴雨系统中, 低层上升运动虽然比中、上层弱得多, 但它却是产生和维持强对流暴雨的关键。尤其是在暴雨发生的初期。

文中利用文献[7]的理论结果, 针对梅雨次天气尺度系统低层大气的观测事实, 通过尺度分析和简单的参数化处理, 寻求一种简洁实用的, 而且既适当地考虑了非绝热, 也包含对于低层大气不可忽略的摩擦强迫的非地转 Q 矢量 ω 方程。

2 尺度分析和低层 ω 方程基本形式

由 P-坐标原始方程组可直接得到:

$$\sigma \nabla^2 \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -2 \nabla \cdot \mathbf{Q} + f_0 \nabla \cdot \zeta \frac{\partial v_a}{\partial p} + \Phi - \frac{1}{c_p p} \nabla^2 \frac{\delta q}{\alpha} + f_0 \frac{d}{dt} \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} + f_0 \mathbf{k} \cdot \left[\frac{\partial v_a}{\partial p} \quad \nabla D \right] + f_0 \mathbf{k} \cdot \left[\nabla \omega \quad \frac{\partial^2 (v - 2v_g)}{\partial p^2} \right] + \frac{f_0}{p} \frac{c_v}{c_p} \left[2\mathbf{k} \cdot (\nabla \omega \quad \frac{\partial v_g}{\partial p}) + \omega \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} \right] \quad (1)$$

其中 v_a 为非地转风矢量, $\sigma = \frac{1}{\rho} \frac{\partial n\theta}{\partial p}$ 为非绝热加热率, f_0 设为常数, D 为散度, ζ 为相对涡度, ζ_g 为地转风涡度, $\zeta_s = \zeta - \zeta_g$ 为非地转涡度, 矢量 $\mathbf{Q} = f_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u_g}{\partial p}, \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u_g}{\partial p} \right)$, Φ 为湍流摩擦强迫项。

在中国夏季暴雨系统附近, 非绝热项主要是与积云对流相联系的次网格平均加热。根据文献[8, 9]的结果(与国内有关的其它一些研究结果是一致的), 典型的加热廓线形式如图1, 强加热在对流层中、上部, 边界层有非绝热降温, 850 hPa 处于过渡层。离散计算中, 此层(例如取 775 ~ 925 hPa) 平均加热为弱的正值, 因此在这里非绝热项不会超过平流强迫项的作用, 可以采取一种与 Charney 方法相类似的简单的参数化处理, 即认为加热廓线的振幅(包括 850 hPa 层在内的每一层的加热率)与边界层项的上升运动成正比, 因而大体上也与 850 hPa 的上升运动成正比。

$$\text{令} \quad \frac{\delta q}{\alpha} = -\eta \omega \quad (2)$$

η 被视为常数, 具体数值后面再作经验处理。于是式(1)可写成:

$$\sigma^* \nabla^2 \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = -2 \nabla \cdot \mathbf{Q} + f_0 \nabla \cdot \zeta \frac{\partial v_a}{\partial p} + \Phi + f_0 \frac{d}{dt} \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} + f_0 \mathbf{k} \cdot \left[\frac{\partial v_a}{\partial p} \quad \nabla D \right] + f_0 \mathbf{k} \cdot \left[\nabla \omega \quad \frac{\partial^2 (v - 2v_g)}{\partial p^2} \right] + \frac{f_0}{p} \frac{c_v}{c_p} \left[2\mathbf{k} \cdot \left(\nabla \omega \quad \frac{\partial v_g}{\partial p} \right) + \omega \frac{\partial \zeta_g}{\partial p} \right] \quad (3)$$

其中 $\sigma^* = \sigma - \frac{\eta}{c_p p}$, 形式上有些类似用 σ_m 替换 σ 。但由上述分析可知, 因为加热率较弱, $\eta c_p p$ 对 σ 的相对值较小, 因此虽然 $\sigma^* < \sigma$, 但没有量级差别, 更不会出现负号。当然, 这个隐式处理同样不适合于下沉运动区, 而且也没有考虑 σ^* 在水平方向的变化, 但实际上 ω 方程只是用于对上升运动区和强降水区的粗略判断, 本来就很难做到精确的定量计算。

通过量级分析, 对式 (3) 右方除摩擦项以外的各项进行简化, 这个量级分析的特点和依据是: ①文献 [7] 中关于广义平衡的次天气尺度系统中控制非地转运动散度分量和旋转分量的机理及其在各种条件下的量级关系以及文献 [9~11] 和陶祖钰等* 关于强对流暴雨系统内低层非地转风场特点的数值实验、理论和观测分析结果。②低层大气的气压值(相对于中高层)大, ω 小。由此给出一些基本量级关系, 以决定式 (3) 右的各项展开式的逐项的量级(为节省篇幅, 具体分析略)。略去小项后式 (3) 可简化为:

$$\sigma^* \nabla^2 \omega + f_0^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \phi^2} = - \nabla \cdot Q_a + \Phi \quad (4)$$

$$\text{其中 } Q_a = 2Q_r - f_0 \zeta \frac{\partial(v - v_g)}{\partial \phi} \quad (5)$$

对应于式 (4), (5) 的低层运动场的一个突出特点是可忽略非地转风的旋转分量, 保留非地转风的散度分量并允许它比地转风只小“半个量级”。这与传统平衡方程描述的运动场不同, 但仍是“平衡”(即排除了高频波)的 [7]。

3 低层 ω 诊断公式和非地转 Q 矢量

对式 (4) 设简谐波近似则有

$$\omega \frac{L^2 P^2}{2\sigma^* P^2 + f_0^2 L^2} \nabla \cdot Q_a + \omega = \omega + \omega \quad (6)$$

其中 P 和 L 分别为系统的铅直和水平尺度, ω 和 ω 分别为平流强迫和摩擦强迫贡献(并经非绝热加热反馈“放大”)的分量。

在 $\frac{L^2 P^2}{2\sigma^* P^2 + f_0^2 L^2}$ 中, f_0 取 30 N 附近的 f 值, 即 $f_0^2 = 5.28 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$ 。在 850 hPa 附近 $\sigma = 1.03 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{hPa}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

图 2 表示给定上述参数值的情况下 $a(L) = \frac{L^2 P^2}{2\sigma^* P^2 + f_0^2 L^2}$ 值随 L 的变化。其中取 $\sigma^* = 0.2\sigma = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{hPa}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$ 在 $L > 150 \text{ km}$ 范围内 $a(L)$ 变化极小, 趋于常数。因而在实际计算所能分辨的天气尺度和次天气尺度范围内可取 $L \sim 160 \text{ km}$ (梅雨锋扰动尺度 [12]) 的相应值 $a = 1.51 \times 10^{12} \text{ hPa}^2 \text{ s}^2$ 。

由于 850 hPa 距离边界层顶不远, 采用一个最简单的 Ekman 抽吸参数化方法近似给出摩擦强迫的贡献:

$$\omega_i = -\beta \zeta \quad (7)$$

$$\omega = d_1 \omega_i = -d_1 \beta \zeta = -d_1 d_2 \beta \zeta = -b \zeta \quad (8)$$

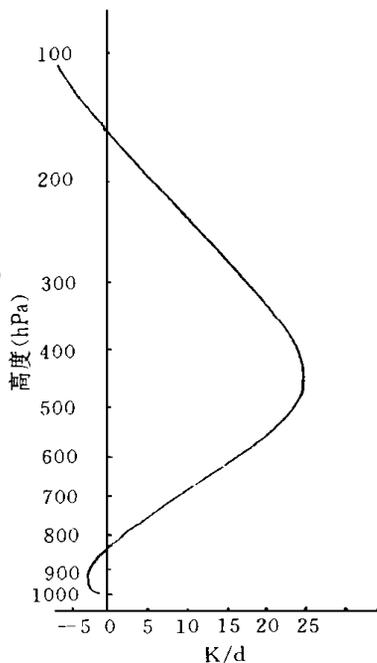


图 1 暖切变型梅雨锋上典型的积云对流加热廓线示意图

* 陶祖钰、黄伟, 9211 号台风流场的运动学分析, 1994(打印本)。

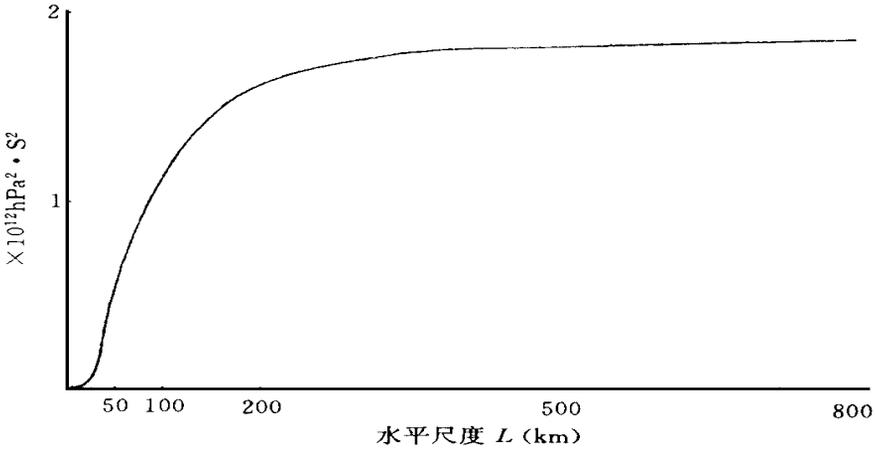


图2 系数 $a(L)$ (单位: $\text{hPa}^2 \cdot \text{s}^2$) 随水平尺度 L (单位: km) 的变化曲线

其中 ω 和 ζ 定义在 850 hPa, 而 ω_t 和 ζ_t 则分别为摩擦层顶的 Ekman 抽吸 ω 和涡度。

$$\text{不难理解, } 0 < d_1 = \frac{\omega}{\omega_t} < 1, \quad 0 < d_2 = \frac{\zeta}{\zeta_t} < 1$$

因此: $0 < d_1 d_2 < 1$

经验参数 β 涉及不少因素, 也很难具体确定, 这里根据伍荣生等^[13] 的一个量级估计, 相应地有 $\beta = 0.5 \times 10^2 \text{hPa}$ 。

根据文献[14] 中式(3.7) 可推得, 在下方摩擦影响下

$$d_1 = \frac{\omega}{\omega_t} \exp\left(-\frac{\bar{K}}{f_0 l} \ln \frac{850}{p_t}\right)$$

$K = 7.5 \times 10^2 \text{m}^2 \text{s}^{-2}$, 取摩擦层顶气压 $p_t = 900 \text{hPa}$, f_0 取 30N 的 f 值, 主要考虑梅雨锋附近情况则 $L \sim 1.6 \times 10^5 \text{m}$, 由此算得 $d_1 = 0.7$, 按一般观测情况, 取 $d_2 = \zeta_t / \zeta = 0.9$,

则 $b = d_1 d_2 \beta = 0.32 \times 10^2 \text{hPa}$ 。按式(6) 定义摩擦强迫的 ω 还包含着积云对流加热项的放大作用。以“干、湿”两种情况相比这个放大系数为 $\frac{2\sigma^* P^2 + f_0^2 L^2}{2\sigma^* P^2 + f_0^2 L^2}$ 。取 $L = 160 \text{km}$, 则放

大系数值 1.5。

因此实际上可取 $b = 48 \text{hPa}$

$$\text{由于 } \zeta = k \cdot (\nabla \Delta V) - \nabla \cdot (k \Delta V) \quad (9)$$

将式(9) 和式(10) 代入式(7):

$$\omega = a \nabla \cdot Q^* \quad (10)$$

即 850 hPa 等压面的 ω 动力学诊断公式, 其中:

$$Q^* = 2Q_r - f_0 \zeta \frac{\partial(v - v_g)}{\partial p} - \frac{b}{a} k \Delta v \quad (Q_x^*, Q_y^*) \quad (11)$$

即本文给出的非地转 Q 矢量, 显然

$$\begin{cases} Q_x^* & 2f_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u_g}{\partial p} \right) - f_0 \zeta \frac{\partial(u - u_g)}{\partial p} - \frac{b}{a} v \\ Q_y^* & 2f_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v_g}{\partial p} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u_g}{\partial p} \right) - f_0 \zeta \frac{\partial(v - v_g)}{\partial p} + \frac{b}{a} u \end{cases} \quad (12)$$

可用式(12) 计算 Q^* 矢量场, 或直接由式(11) 给出 ω 场。

4 暴雨诊断检验

1996 年和 1997 年长江中游梅雨期, 我们在武汉中心气象台暴雨甚短期预报中应用了 Q^* 散度场。由于摩擦和地面其它各种复杂因素的影响, 地面资料缺乏代表性, 因此在铅直差商计算中应用邻近 850 hPa 的 925 hPa 和 775 hPa 等压面分析场。后者取 850 hPa 与 700 hPa 处的平均值。水平差商计算取格距 100 km 的正方网格。

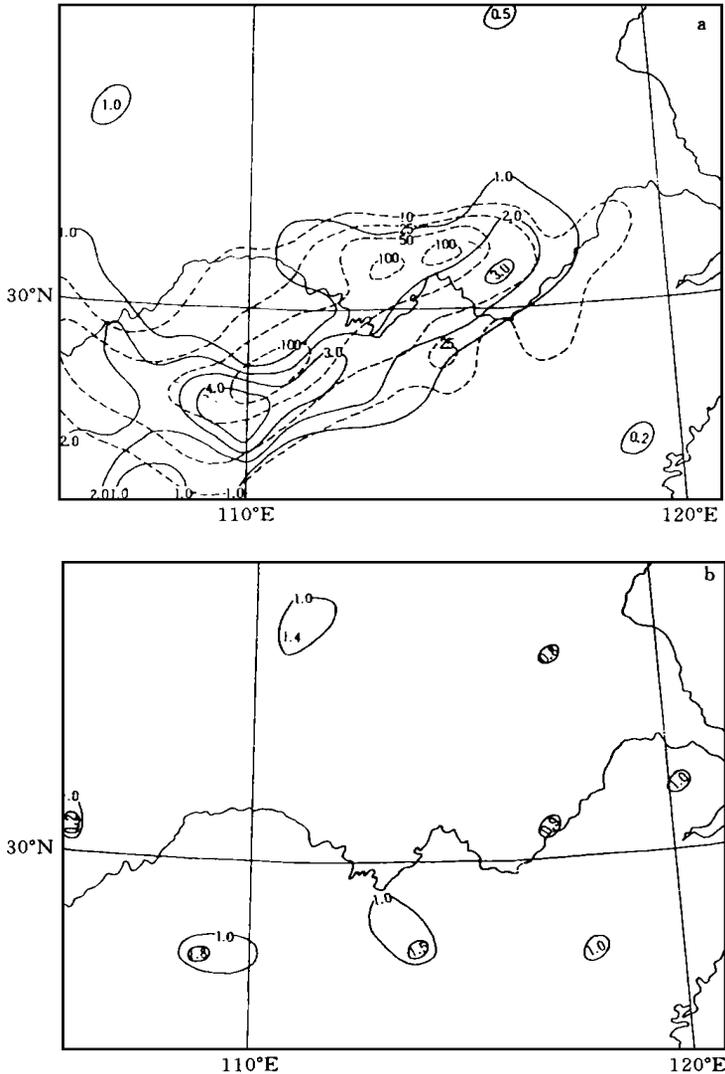


图3 a. 1996年7月14日08时- $a \nabla \cdot Q^*$ (实线, 单位 $10^{-3} \text{hPa} \cdot \text{s}^{-1}$) 和相应时段雨量(虚线, 单位 $\text{m} \cdot \text{m} / 12 \text{h}$),
b. 1996年7月14日08时- $a \nabla \cdot Q_g$ (单位同 $a \nabla \cdot Q^*$, Q_g 表示准地转 Q 矢量)
(以上图中负值等值线均略)

图 3~7 显示 3 次大暴雨(或特大暴雨)过程中 4 个诊断时次的情况,由于 ω 诊断时刻必须是在探空观测正点(北京时间 08 时和 20 时),因此将各该时刻前后各 6 h(共 12 h)实测雨量与之对照。取这样的时间跨度对应此类平衡(滤除高频波)性质的 ω 方程是合适的,如果时间跨度取得太小,则降水分布可能过多地受到诊断场不能反映的 β 中尺度以下扰动的影响。诊断时刻取在对照的降水时段正中,对于检验这个 ω 方程物理上的正确性也是恰当的。当然,它对前 6 h 的降水已经没有预报意义,但如果将其引入数值预报模式产品的动力学释用还是有意义的。

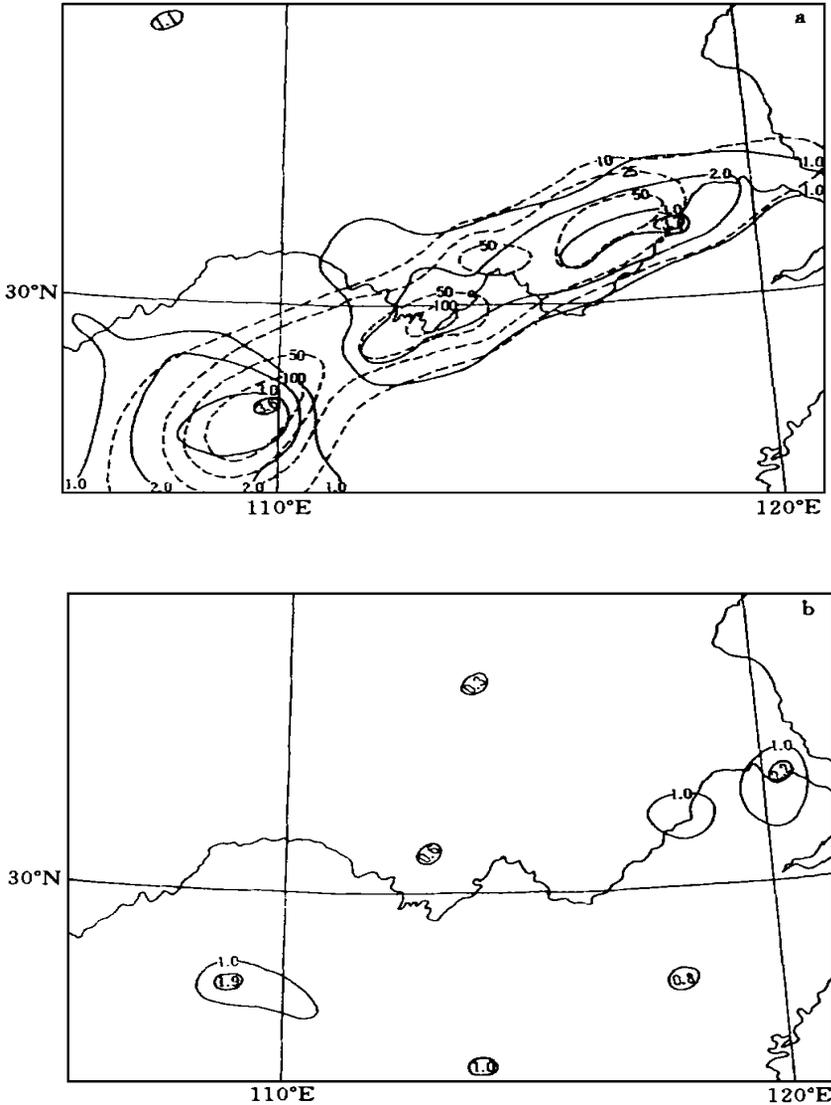


图 4 同图 3,但时间为 1996 年 7 月 16 日 08 时

在 1996 年 7 月 14 日 08 时和 7 月 16 日 08 时两个例子(图 3 和 4)中 $-a\nabla \cdot Q^*$ 场的大值区与相应时段的 $10 \text{ mm}/12 \text{ h}$ 以上强降水区都很接近, 其中的大值中心也相对应。但 14 日例子中 $-a\nabla \cdot Q^*$ 大值带略偏于强降水带的东南侧, 距离大约 50 km。对照这两年以及我们已验算过的 1991 年 7 月的许多例子, 在梅雨锋带状暴雨形势下 $-a\nabla \cdot Q^*$ 带与强降水带平行而略偏于后者东南侧的现象比较普遍, 在预报应用时应予注意。其原因尚待进一步分析。

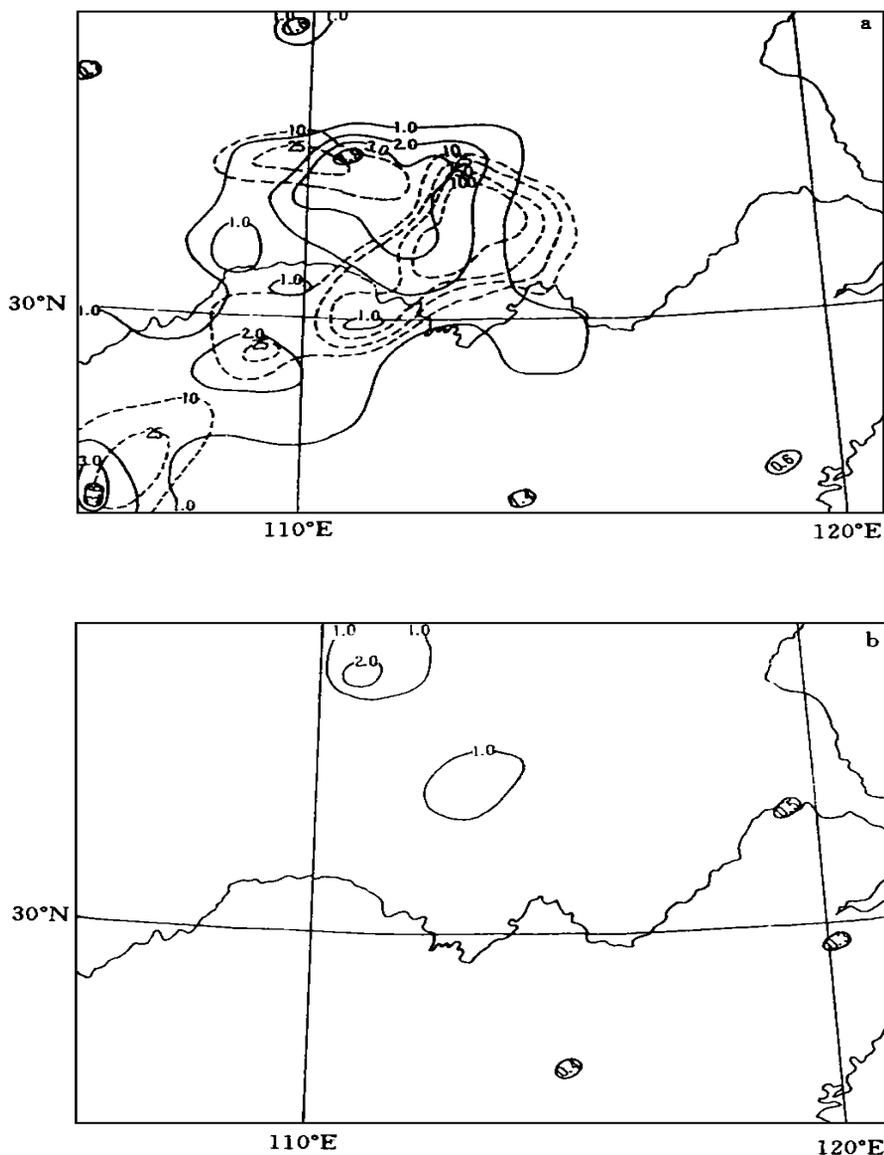


图 5 同图 3, 但时间为 1997 年 6 月 6 日 08 时

1997 年 6 月 6 日, 湖北东鄂发生一次特大暴雨过程(图 5 和图 6)。6 日 08 时 $-a\nabla \cdot Q^*$ 大值区虽然大体上也与相应时段的强降水区接近, 但主要大值中心在鄂西北山区而特

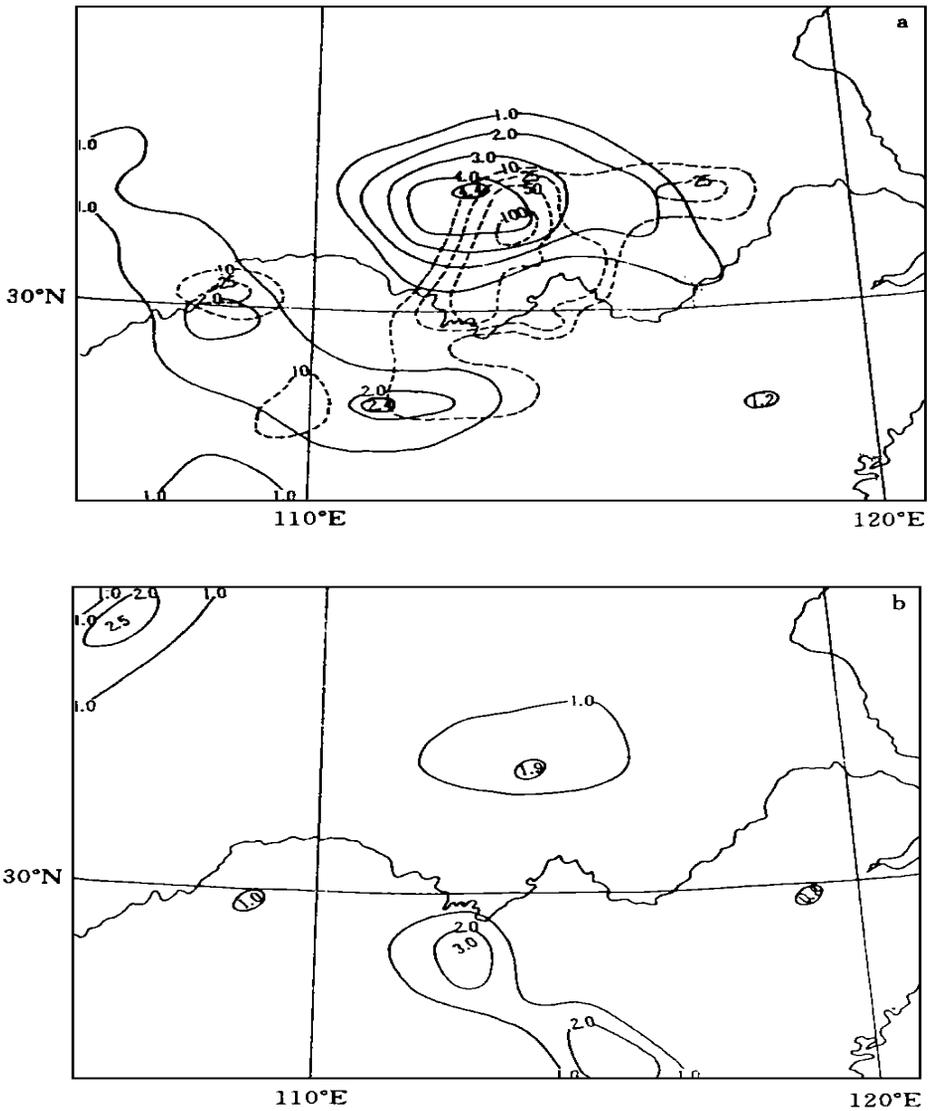


图 6 同图 3, 但时间为 1997 年 6 月 6 日 20 时

大暴雨中心在江汉平原北部到大别山区西南麓, 比前者偏东约 160 km。后 12 h (6 日 14 日 ~ 7 日 02 时) 大暴雨中心仍停留在原地, 略为向东扩展, 此时相应的 (6 日 20 时) $-a \nabla \cdot Q^*$ 大值中心才与大暴雨中心趋近。6 日 08 时 $-a \nabla \cdot Q^*$ 大值中心显著偏离大暴雨中心的现象是引人注目的。实际上, 当时的 $-a \nabla \cdot Q^*$ 场与用连续方程计算的 850 hPa ω 场大体一致 (见图 7), 这说明 ω 方程诊断可能没有大的差错。这是一次比较明显的低涡过程, 不同于更常见的梅雨切变线上的弱正涡度扰动。从这个例子可以看到, 次天气尺度上升运动虽然是产生暴雨的重要因素, 但不是唯一的因素。特别是在某些特殊形势下, 与复杂地形有关的各种中尺度条件可能对暴雨的产生和分布有重大影响。要掌握特定地区在不同环流形势下与复杂地形有关的中尺度天气气候规律才能更好地应用 ω 诊断来预测暴雨。

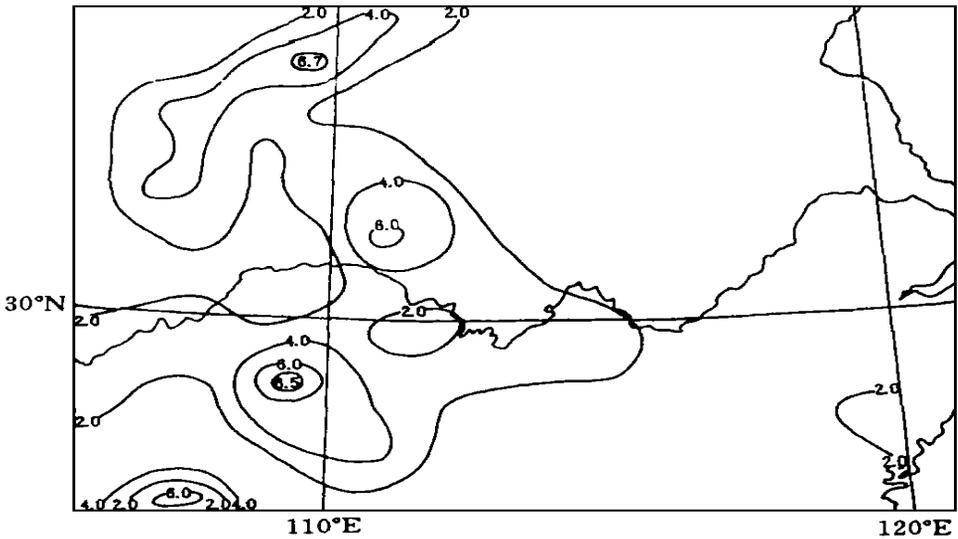


图 7 1997 年 6 月 6 日 08 时 850 hPa ω 场
(用连续方程的计算结果, 单位: $10^{-3} \text{hPa} \cdot \text{s}^{-1}$)

作为对比, 图 2~6 也给出了相应的准地转 Q 矢量散度场(各图的 b 图, 采用同样的差分计算方案。为使单位统一, 也乘以 $-a$)。可以看到 $-a \nabla \cdot Q_s$ 场一般很弱。它与强降水区的对应关系远比 $-a \nabla \cdot Q^*$ 场差。

5 结 语

文中针对中国副热带夏季暴雨系统的一般特点, 给出了一种适用于低层(850 hPa)单层 ω 诊断的非地转 ω 方程。它与迄今所见各种以“平衡方程”为约束条件的非地转 ω 方程不同, 放宽了对散度风强度的限制, 因而适合此类暴雨系统低层强辐合的情况。但方程的性质仍排除了高频波。强迫因子的第一部分类似“半地转 Q 矢量散度”, 但还包含了另一个与风场平流有关的项目。此外还包含了简单参数化的边界层摩擦强迫项。对静力稳定度参数值的经验修正(减小)粗略反映了整个气柱积云对流加热对低层 ω 的反馈放大, 方程中不再包括难以预先给出的显式非热加热项。全部强迫场仍可写成一种简捷直观的矢量(\vec{Q})散度形式。除了第 4 节举出的几个例子外, 在近几年汛期大量试验中(其中包括罕见的 1998 年 7 月 21 日~22 日鄂东特大暴雨的落区诊断) $-a \nabla \cdot Q^*$ 大值区与强降水区的吻合程度一般都很好。

文中强调了低层上升运动是造成当地强降水的决定性动力因子。这比较适合与对流云团(带)相联系的, 宏观上呈相当正压结构的暴雨系统, 不一定适合伴有倾斜环流的锋面降水系统。在推导方程时假定非地转风以散度风成份为主, 忽略非地转(非热成风)涡度的时间导数。但不能完全排除在某些特殊情况下非地转涡度及其变化比较强, 可能会造成诊断的差错。此外对系数 a 和 b 的确定是比较粗糙的, 也许今后可以根据应用的经验进行适当调整。

参考文献

- 1 Hoskins B J, Draghici I, Davies H C. A new look at the ω -equation. *Quart J Roy Meteor Soc*, 1977, 104: 31- 38
- 2 Krishnamurti T N. A diagnostic balance model for studies of weather systems of low and high latitudes, Rossby number less than 1. *Mon Wea Rev*, 1968, 96: 197- 207
- 3 Davies-Jones R P. The frontogenetical forcing of secondary circulations, Part 1: The duality and generalization of the Q -vector. *J Atmos Sci*, 1991, 48: 497- 509
- 4 Qin Xu. Simibalace model-connection between geostrophic-type and balanced-type intermediate models. *J Atmos Sci*, 1994, 51: 953- 970
- 5 Barnes S L. Omega diagnostics as a supplement to LFM/MOS guidance in weakly forced convective situations. *Mon Wea Rev*, 1985, 113: 2122- 2141
- 6 Crumm R H, Sieber A L. 暴雨预报中 Q 矢量的业务分析. 郁淑华译. 气象科技, 1989, 5: 43 ~ 47
- 7 胡伯威. 次天气尺度系统中的非地转运动和广义平衡模式. 气象学报, 1997, 55: 271 ~ 284
- 8 胡伯威, 彭广. 梅雨锋的准定常状态和持续对流暴雨. 国家气象局强风暴实验室论文集, 1992, 1 ~ 14
- 9 胡伯威, 彭广. 暖切变型江淮梅雨锋结构及其形成和维持机制. 大气科学, 1996, 20: 463 ~ 472
- 10 胡伯威. 对我国梅雨次天气尺度系统的一些认识. 气象科技, 1986, 2: 21 ~ 29
- 11 王晓林等. 次天气尺度系统数值预报问题-急流和非地转热风分析. 北方天气文集(2). 北京: 北京大学出版社, 1982. 103 ~ 113
- 12 胡伯威. 夏季副热带相当正压切变线的动力学性质. 大气科学, 1996, 20: 326 ~ 336
- 13 伍荣生等. 动力气象学. 上海: 上海科技出版社, 1983. 125 ~ 130
- 14 胡伯威. 副热带天气尺度系统短期演变的泛淮地转机理. 大气科学, 1982, 6: 442 ~ 431

AN AGEOSTROPHIC Q VECTOR ω EQUATION SUITABLE FOR THE ANALYSIS OF THE SUMMER HEAVY RAIN SYSTEM IN CHINA

Peng Chunhua Hong Guoping Hu Buowei

(Wuhan Meteorology Center, 430074)

(Wuhan Heavy Rain Reseach Institute)

Abstract

In this paper, we introduced a kind of ageostrophic ω equation suitable for the ω analysis in a lower layer aimed at the summer heavy rain system in China, it is different from all kinds of ω equation limited by balance equation till today. It includes diabatic heating factor and friction effect in lower layer. All force field can be written by a simple vector (Q^*) divergence suitable for the operational analysis and forecast application, the test and experiment show that the applied result was satisfied.

Key words: Ageostrophic Q vector, ω equation, Heavy rain system diagnosis.