

# 用远场辐射场反演云闪放电参数

祝宝友 陶善昌 马明 吕伟涛

(中国科技大学地球和空间科学学院, 合肥, 230026)

## 摘要

用地面电磁场遥感闪电放电参数无论是在实际应用还是理论研究中都具有重要意义。文中基于电流传输线模式, 提出了一种用单站远场 VLF/LF 辐射场反演云内放电参数的简便方法。当传输线电流从底部传播到顶部的时间只有几微秒时, 整个传输线的 VLF/LF 辐射可以近似成偶极子辐射, 即远场辐射场与电流的时间变化率和传输线长度的乘积成正比。因此, 对远场辐射场做时间积分就能获得完整的电流矩波形(上升沿有所加宽), 而且传输线模式中的重要参数, 电流从底部传播到顶端经历的时间, 也可以近似地用辐射场时间积分幅度与辐射场幅度之比来估计。这一方法具有估计云闪双极性大脉冲辐射过程的放电参数的潜力。

关键词: 电流传输线模式, 云闪双极性大脉冲, 放电参数。

## 1 引言

闪电放电产生了频率范围涵盖极低频到超高频的电磁辐射, 这些信号是对闪电进行遥感研究的基础。在 VLF/LF 频段, 地闪回击和云闪放电产生了两类特征性的大脉冲辐射<sup>[1,2]</sup>, 根据电动力学知识, 这些 VLF/LF 辐射是由闪电通道内的大电流过程产生的。如何反演这些电流及其传播特征不仅是雷电防护等工程应用部门感兴趣的实际问题, 也是大气电学界在研究闪电电机理和评估闪电化学效应时关注的问题。地闪回击发生在云中电荷区与地面之间, 其明亮的云下通道可以用光学方法直接观测, 某些条件下通道底部电流也能用传感器直接测量, 特别是人工引雷技术为实现这一测量提供了极大便利。因此, 一直以来地闪回击受到学术界较多的关注, 人们提出了一系列回击电流模式并试图从这些模式出发反演回击电流等放电参数<sup>[3-6]</sup>。虽然普通雷暴中云闪出现频率远远高于地闪, 但是由于缺乏能进行有效检验的云内电流和通道的直接测量结果, 这些云内放电参数的遥感研究还相对薄弱。Le Vine 等<sup>[7]</sup>基于电流传输线模式推导了适用任意方向传输线电流的地面远场辐射场表达式, 在此基础上 Hager 等<sup>[8]</sup>提出了一个对多站电场资料做双线性

拟合来反演电流波形、通道长度以及电流传播速度的解决方案。他们对一次云闪脉冲估计的电流传播速度是光速的 0.6 倍, 而放电通道长度只有 118 m, 据悉, 这也是目前最可能接近真实结果的直接估计。然而上述方案需要至少 4 站(或更多)的同步电场资料, 实际应用有难度, 而且反演结果的可靠性也强烈依赖单站电场测量误差。本文在电流传输线模式的基础上提出一种用单站远场辐射场估计云闪放电参数的简便解决方案。

## 2 数学基础

### 2.1 垂直传输线辐射场

如附录图 A 所示, 离地高度  $H$  处有一段长度为  $L$  的垂直传输线。传输线电流  $I_0(t)$  (频域幅度为  $I_0$ ) 从通道底部注入并以恒定的速度  $V$  向上传播, 根据传输线模式, 任意时刻传输线上位置  $l$  处的电流可以用通道底部电流表示为  $I(l, t) = I_0(t - l/V)$ , 写成频域幅度  $I_l$  表达式为

$$I_l = I_0 e^{-i \frac{l}{V}} \quad (1)$$

如果将整个传输线看成是由一系列长度  $dl$  为无穷小的偶极子元串联而成, 附录中给出了单个偶极子元的地面垂直辐射场频域内表达式, 则整个传输线

的地面垂直辐射场等于全部偶极子元的辐射场之和。当  $dl$  足够小时,可以用积分代替求和,于是整个传输线的地面垂直辐射场为

$$E_z(\omega) = \int_0^L \frac{i}{2R} \sin^2 \theta I_0 e^{-iR/c} e^{-i\frac{L}{v}} dl \quad (2)$$

式中  $\omega$  是角频率,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\epsilon_0$  是大气磁导率,  $c$  是真空光速;  $\theta$  和  $R$  分别是观测天顶角和斜程距离(参见附录图 A)。这里把电磁辐射限制在 VLF/LF 频段,并考虑远场条件,即传输线长度  $L$  远远小于辐射波长和观测距离,此时式(2)中的  $R$  和  $\sin^2 \theta$  可以相当精确地看成常量。注意到当传输线高度  $H = 5$  km, 观测水平距离等于 30 km 时,  $\sin^2 \theta = 0.97$ , 因此在下面推导过程中令  $\sin^2 \theta = 1$ 。积分式(2)得

$$E_z(\omega) = \frac{0V}{2R} e^{-iR/c} I_0 (1 - e^{-i\frac{L}{v}}) \quad (3)$$

变换到时域内即

$$E_z(t+R/c) = \frac{0V}{2R} [I(t) - I(t-L/V)] \quad (4)$$

注意到  $I(t < 0) = 0$ , 因此由式(4)可以进一步得到

$$E_z(t+R/c) = \frac{0V}{2R} I(t) \quad t < L/V \quad (5)$$

式(4)和(5)与 Uman 等<sup>[3]</sup>用有限长天线模型直接在时域下推导的传输线方程是一致的。对于地闪回击来说,电流上升沿时间约 1  $\mu$ s,  $L/V$  远远大于 1  $\mu$ s (回击通道长度约 5 km, 电流传播速度约  $10^8$  m/s), 因此式(5)可以用来估计地闪回击电流幅度,也是当前普遍采用的方法,这里称为 Uman 方法。遗憾的是, Uman 方法只能估计开始很短一段时间内电流,不能估计整个电流波形。

### 2.2 短传输线的偶极近似与放电参数估计

式(4)中  $L/V$  是未知的,因此直接估计电流波形有困难。然而,当  $L/V$  较小只有几微秒时,式(4)可以用较为简单的近似关系式替代,从而有可能由辐射场估计电流波形。为此对式(3)最后一项指数函数展开并略做运算,写成如下形式

$$E_z(\omega) = i \frac{0}{2R} I_0 L e^{-i(R/c + L/2V)} \quad (6)$$

式(6)与附录中偶极子辐射场表达式比较多了一项,  $L/V = 1$  时,式(6)就变成偶极子辐射表达式。现在考察  $L/V$ , 它的表达式为

$$L/V = \sin(\frac{L}{2V}) / (\frac{L}{2V}) \quad (7)$$

显然  $L/V$  是频率( $f = \omega/2\pi$ )和  $L/V$  的函数,并在频率或者  $L/V$  趋近于 0 时达到极限 1, 因此频率越低或者  $L/V$  越小, 式(6)越接近偶极子辐射表达式。

图 1 给出了  $L/V$  随频率以及  $L/V$  的变化关系,可以发现  $L/V$  随频率增加而衰减,而且  $L/V$  越小衰减越慢。注意到  $L/V = 1 \mu$ s, 频率小于 200 kHz 时  $L/V > 0.93$ , 当  $L/V = 4 \mu$ s 时, 频率在 50 kHz 以内  $L/V > 0.93$ , 即使频率等于 100 kHz 时  $L/V$  值仍然保持在 0.75 以上。因此  $L/V$  在几微秒以下、频率在几十千赫以内时,用偶极子辐射场近似传输线辐射场也不会带来太大的误差。令式(6)中  $L/V = 1$  得到传输线电流的偶极近似辐射场

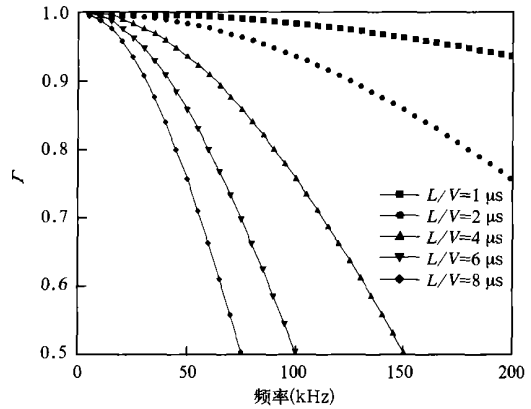


图 1  $L/V$  与频率和  $L/V$  之间的关系

Fig. 1 Dependence of  $L/V$  (see Equ. 7 in Text) on Frequency and the time for the current to travel from the bottom to top of the channel ( $L/V$ )

$$E_z(\omega) = i \frac{0I_0 L}{2R} e^{-i(R/c + L/2V)} \quad (8)$$

等价的时域表达式为

$$E_z(t+R/c+L/2V) = \frac{0L}{2R} \frac{dI(t)}{dt} \quad (9)$$

这表明偶极近似下远场辐射场与电流时间变化率之间是简单的线性关系。式(9)两边对时间进一步积分可得

$$E_z(t+R/c+L/2V) = \frac{0}{2R} I(t) L = \frac{0M(t)}{2R} \quad (10)$$

式中  $E_z$  是电场的时间积分,  $M$  是电流矩, 定义如下

$$M(t) = \int_0^t E_z(\omega) d\omega \quad M(t) = I(t) L \quad (11)$$

式(10)表明,在偶极子辐射近似下传输线电流与辐射场的时间积分具有一致的波形,从而有可能通过远场辐射场估计完整的放电电流波形。

为此本文定义任意时变脉冲波形  $A(t)$  按初始峰值  $A_0$  归一化的波形因子

$$(A) = \frac{A(t)}{A_0} \quad (12)$$

$A_0$  和  $(A)$  分别为该波形的强度和形状, 显然与强度无关。把这一特性应用于式(11)和(10), 得到反演放电电流的关系式

$$(I) = (M) \quad (13)$$

$$0 \frac{0}{2R} I_0 L = \frac{0}{2R} M_0 \quad (14)$$

同样把上述特性作用于式(5)有

$$E_0 = \frac{0}{2R} I_0 V \quad (15)$$

再把式(14)与(15)相比就得到估计传输线参数  $L/V$  的关系式

$$\frac{L}{V} = \frac{0}{E_0} \quad (16)$$

以上公式中  $I_0, M_0, E_0, 0$  分别是相应波形的峰值幅度。方程(12)~(16)构成了本文估计云内放电参数的基本公式, 这里称为偶极近似方法。具体步骤是: (a) 首先对观测到的垂直辐射场  $E$  做时间积分, 根据式(12)确定  $E_0, 0$  和  $( )$ ; (b) 根据式(13),  $( )$  为要反演的电流波形因子  $(I)$ ; (c) 根据式(14)计算  $M_0 (= I_0 L)$ ,  $L$  已知或者假定时可以进一步确定电流峰值幅度  $I_0$ ; (d) 根据式(16)用  $0/E_0$  来近似估计  $L/V$ , 当  $L$  (或  $V$ ) 已知时可以进一步估计  $V$  (或  $L$ )。

### 2.3 模拟检验

遗憾的是, 至今还没有云内放电电流和放电通道的直接测量结果, 因此直接检验上述方法存在困难。这里从模拟的角度检验偶极近似方法反演放电参数的能力。具体做法首先是对给定模拟电流用传输线公式(4)计算不同  $L/V$  下的辐射场, 再对这些

辐射场上上述方法反演放电参数。用于检验的模拟电流上升沿宽 3.6  $\mu$ s, 持续时间约 25  $\mu$ s, 其波形因子如图 2a 实线所示。图 2b 是  $L/V = 4$   $\mu$ s 时的地面垂直辐射场波形因子, 这一波形也与典型的云内大双极性脉冲波形类似, 由该辐射场反演的电流波形因子如图 2a 中的虚线。比较模拟电流与反演电流波形因子可以看出, 除了反演电流上升沿有加宽外, 二者基本上是重合的。我们发现即使在  $L/V = 8$   $\mu$ s 时偶极近似方法仍然能反演出与模拟电流一致的下落沿(图略)。表 1 给出了  $L/V$  为 1~8  $\mu$ s 时模拟反演的电流上升沿  $T_r$ 、电流矩  $M_0$  (用反演电流矩相对模拟电流矩的百分比表示) 以及  $0/E_0$  的结果。当  $L/V < 5$   $\mu$ s 时, 反演电流上升沿加宽不超过 2.1  $\mu$ s, 电流矩误差在 10% 以内, 而  $0/E_0$  与  $L/V$  之差也在 1  $\mu$ s 以下, 这些都表明偶极近似方法具有良好的反演放电参数能力。

表 1 表明, 随着  $L/V$  增加偶极近似方法反演放电参数的能力不断削弱, 特别是  $L/V$  越大  $T_r$  加宽越显著, 这主要是由于偶极近似方法对越高频分量的近似程度越差的缘故。由式(6)可知

$$I_0 = I_0 \quad (17)$$

其中  $I_0$  是真实电流分量,  $I_0$  是偶极近似下的电流分量。显然偶极近似的作用相当于一个频响函数为的低通滤波器, 其频带宽度由  $L/V$  决定,  $L/V$  越小则频带越宽(参见图 1 和式(7))。

图 3 是本文在合肥观测的两次远场双极性大脉冲电场 ( $E$ ) 以及由此计算的电场时间积分  $( )$ , 图中电场幅度未经标定采用相对数字单位, 而电场时

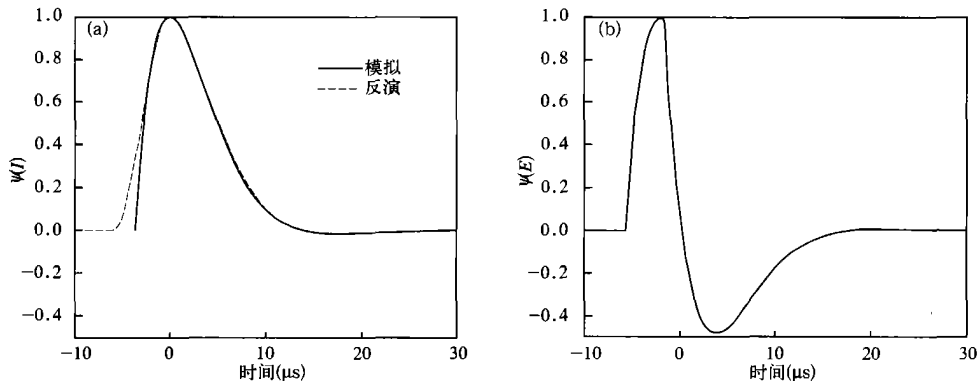


图 2 模拟(实线)和反演(虚线)电流波形因子(a)及  $L/V = 4$   $\mu$ s 时模拟电流产生的地面辐射场波形因子(b)

Fig. 2 Deriving current waveform from model transmission line Field waveform, where model (solid) and evaluated (Dashed) current waveform is shown in figure a, and modeled far radiation field waveform ( $L/V = 4$   $\mu$ s) is shown in figure b

表 1 偶极近似反演放电参数

Table 1 Lightning discharge parameters evaluated from electromagnetic fields produced by the model current. To note that the model current has a rise of 3.6 s and  $M_0$  is the percentage of the evaluated current movement to the model current movement.

$L/V$ (s)	$\sigma/E_0$ (s)	$T_r$ (s)	$M_0$ (%)
1	1.80	3.7	99.8
2	2.30	4.1	98.6
3	2.95	4.6	96.9
4	3.77	5.1	94.4
5	4.57	5.7	91.4
6	5.27	6.4	88.0
7	5.89	7.1	84.2
8	6.41	7.9	80.2

\*  $M_0$  指反演电流矩相对模拟电流矩的百分比; 模拟电流初始峰上升时间为 3.6 s

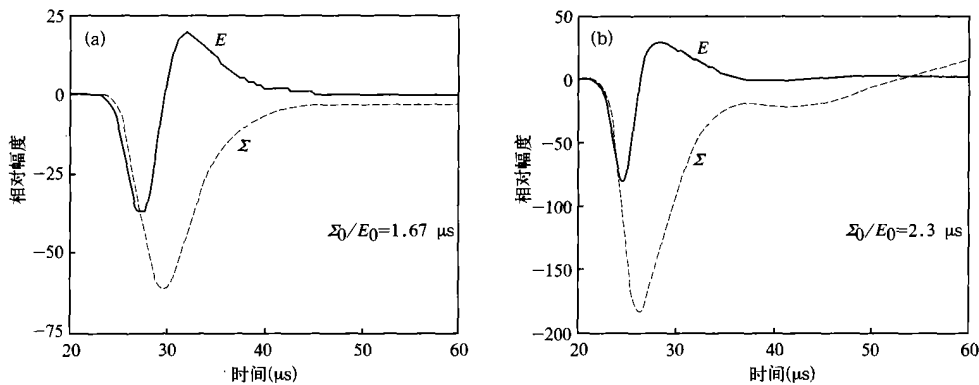


图 3 两次云闪双极性大脉冲辐射场 ( $E$ ) 及其时间积分 ( $\Sigma$ ) (电场幅度采用数字单位, 电场时间积分则以数字 s 为单位)

Fig. 3 Two incloud lightning bipolar electromagnetic pulses ( $E$ ) and their time-dependent time integral waveforms ( $\Sigma$ ). To note that the radiation field has a relative digital unit, and the time integral has a digital s unit

### 3 讨论和结论

VLF/LF 双极性大脉冲是云内放电的特征性辐射之一。由于云闪放电电流不像地闪可以直接测量, 而且云层的遮挡也使得传统的光学方法难以观测云内闪电通道, 因此这些云闪双极性大脉冲的放电机理一直是困扰学术界的问题。本文基于传输线电流模式, 提出了一个估计这些 VLF/LF 双极性大脉冲辐射相联系的放电参数的偶极近似方法, 不仅能估计包括上升沿(有所展宽)和下降沿在内完整的电流波形, 而且能够估计电流从通道底部传播到顶部的时间。与经典的 Uman 传输线方法(参见文中式(5))只能估计开始很短一段电流上升沿明显不

间积分幅度则以数字-微秒为单位。根据前面分析可知, 云内放电电流很可能具有类似图中的波形结构。值得指出的是图 3b 中电场时间积分 ( $\Sigma$ ) 在 40 s 以后出现线性增加趋势, 这主要是电场测量误差引起的。两例大双极性脉冲计算的  $\sigma/E_0$  分别只有 1.67 和 2.3 s, 显然  $L/V$  满足前面的偶极近似条件。考虑到合肥地区地闪回击归一化到 100 km 距离的平均幅度约为 4.5 V/m<sup>[9]</sup>, 以该两次双极性脉冲归一化到 100 km 幅度为 1 V/m (约为回击幅度的 20%) 来计算, 则产生两个脉冲的电流矩为 1 kA-km 数量级 (分别为 0.84 kA-km 和 1.15 kA-km), 比典型地闪回击电流矩 (电流幅度 10 kA 量级、通道长度 5 km 量级) 小一个数量级以上。在后续研究工作中将对更多的云闪双极性大脉冲估算它们的电流矩、电荷矩以及相应的  $L/V$  参数。

同, 本文方法能估计完整的电流时变波形, 对电流矩波形进一步做时间积分甚至可以获得放电电荷矩, 这是本方法的一个优点。从图 3 两例双极性大脉冲的时间积分波形可以推测它们应该伴随阶梯状电场慢变化 (正比于电荷矩), 估计这一变化幅度可能比回击电场阶梯变化小两个数量级或更甚。本方法的另外一个优点是可以直接估计电流从通道底部传播到顶部的时间 ( $L/V$ ), 因此将来如果能测量云内放电通道长度 (或电流传播速度), 原则上可以估计云内电流传播速度 (或者放电通道长度)。就图 3 中的两例结果来看, 如果假定云内电流传播速度与地闪回击速度具有相同的  $10^8$  m/s 量级, 则云内放电通道长度为几百米量级。本文方案与 Hager<sup>[8]</sup> 等多站

拟合方案相比实现起来更容易,但是该方法的反演精度取决于电流在通道内的传输时间( $L/V$ ),而且通道长度也是一个有待确定的未知参数。

云闪放电通道比起地闪回击通道来,经常有更大的倾斜度,因此前面推导中假定放电通道是垂直的可能与实际情况有部分出入。在 VLF/LF 频段地面可以看成是一个电导率为无限大的良导体,地面观测到的云闪辐射场主要由云内电流的垂直分量产生,远场情况下这一垂直投影与通道天顶角的余弦函数成正比。正因如此,用前述方法估计具有倾斜通道的云内放电电流矩以及电荷矩结果将偏小,当通道天顶角在  $60^\circ$  以下时,此时估计的电流矩偏小不超过一倍。对那些严重水平倾斜的云内放电,它们的地面垂直辐射场通常也较弱,因此实际应用中

应尽量避免这些弱的脉冲信号。有必要指出,云闪通道的水平倾斜对远场地面辐射场波形因子影响很小,因此对反演电流波形因子影响有限,同样也不会对  $L/V$  估计结果产生明显影响。

总之,直接测量云内放电参数要比测量地闪回击放电参数更困难。相比较而言测量闪电的地面电磁场要容易得多,因此用远场电磁场反演云内放电参数是当前学术界不断努力的方向。本文提出偶极近似方法反演云内放电参数正是向这一方向的努力尝试。将来还准备结合正在研制的多站闪电 VHF 辐射到达时间差定位系统,开展云闪 VLF/LF 脉冲辐射与 VHF 爆发的多站同步观测,并配合地面电场慢变化同步观测,就云内放电参数(通道取向、电流波形、传输速度等)的反演进行继续研究。

## 参考文献

- 1 Weidman C D, Krider E P. The fine structure of lightning return stroke waveforms. *J Geophys Res*, 1978, 83(C12): 6239~ 6247
- 2 Zhu baoyou, Tao Shanchang. Characteristics of large pulses of radiated fields from cloud lightning flash discharges. *Acta Meteor Sinica*, 1997, 11 (3): 352~ 363
- 3 Uman M A, McLain D K. Radiation field and current from lightning stepped leader. *J Geophys Res*, 1970, 75: 1058~ 1066
- 4 Thottappillil R, Rakov V A, Uman M A. Distribution of charge along the lightning channel: Relation to remote electric and magnetic fields and to return stroke models. *J Geophys Res*, 1997, 102: 6987~ 7006
- 5 Cooray V, Gomes C. Estimation of peak return stroke currents, current derivatives and return stroke speed from measured fields. *J Electrostat*, 1998, 43: 163~ 172
- 6 Popov M, He S, Thottappillil R. Reconstruction of lightning currents and return stroke model parameters using remote electromagnetic fields. *J Geophys Res*, 2000, 105(D19): 24469~ 24481
- 7 Le Vine D M, Menghini R. Electromagnetic fields radiated from a lightning return stroke: Application of an exact solution to Maxwell's equations. *J Geophys Res*, 1978, 83: 2377~ 2384
- 8 Hager W W, Wang Dongxing. An analysis of errors in the location, current, and velocity of lightning. *J Geophys Res*, 1995, 100(D12): 25721 ~ 25729
- 9 祝宝友,陶善昌,刘亦风.合肥地区地闪特征. *高原气象*, 2002, 21(3): 296~ 302

## EVALUATION OF INCLOUD LIGHTNING DISCHARGE PARAMETERS FROM REMOTE ELECTROMAGNETIC FIELDS

Zhu Baoyou Tao Shanchang Ma Ming Lu Weitao

(School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

### Abstract

It is of practical and theoretical importance to retrieve incloud lightning discharge parameters from far radiation fields, since these parameters are inaccessible by direct measurements. In this article a simple technique is presented to derive these parameters from remote electromagnetic field measured at a single site based on Transmission Line Model. The time for the current to travel from the bottom to the top of the transmission line channel is only of several microseconds, the transmission line current tends to produce the remote electromagnetic

field in VLF/LF band approximately as the same way as the current dipole does, that is, the field is linear to the current derivative multiplied by the channel length. Therefore by recording the remote electromagnetic field and making the time integral one can obtain the full waveform of the current movement (current multiplied by channel length), except that its rise would be slightly broadened. The current waveform will be further extracted from the current movement waveform under assumption of the channel length. Furthermore, the time for the current to travel from bottom to top of the channel can also be estimated from the amplitude ratio of the remote radiation field to its time integral, which will help to estimate alternately the traveling velocity of the current (assuming the channel length) or the channel length (assuming the current velocity). This method provides a potential tool to evaluate incloud lightning discharge parameters from lightning bipolar radiation fields.

**Key words:** Transmission Line model, Incloud bipolar pulse, Lightning discharge parameters.

#### 附录: 偶极子辐射场

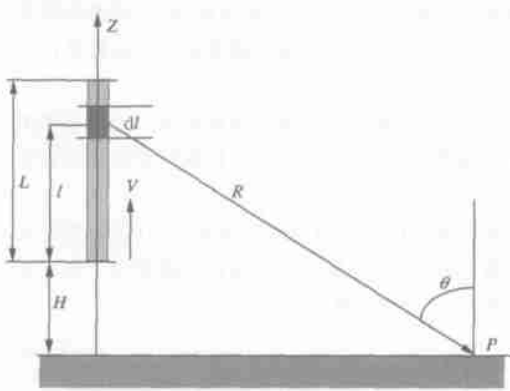


图 A 偶极子辐射示意图

Fig. A Geometry of dipole radiation.

如图 A 所示,自由空间有一个长度  $dl$  为无穷小的垂直偶极子,在上面载有角频率为  $\omega$  的时变电流  $I_l e^{i\omega t}$ ,它在观测点  $P$  的推迟势只有  $z$  方向分量。偶极子的长度  $dl$  远远小于波长  $\lambda$  以及偶极子到  $P$  点的距离  $R$ ,偶极子上面各部分所产生的效应在大小和相位上的差别可以忽略,于是

$$A_z = \frac{\omega I_l dl}{4 R} e^{i(\omega t - kR)} \quad (A1)$$

根据 Maxwell 方程,该偶极子在远场的辐射场可以通过对推迟势做旋度运算求得。这里我们只考虑辐射场(与  $R$  成反比),因此在对推迟势做旋度运算时,只需对  $e^{i(\omega t - kR)}$  项做旋度运算即可

$$B = \nabla A - \dot{A} \mathbf{Z} \quad A = ik \frac{\omega I_l dl}{4 R} e^{i(\omega t - kR)} \mathbf{R} \cdot \mathbf{Z} \quad (A2)$$

上式中  $\mathbf{R}, \mathbf{Z}$  分别表示单位方向矢量。则  $E$  可由如下方程获得(注意到  $k = \omega/c$ , 其中  $c$  是真空中光速)

$$E = c \nabla B - \dot{B} \mathbf{Z} \\ = i \frac{\omega^2 I_l dl}{4 R} e^{i(\omega t - kR)} \mathbf{R} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{R} \quad (A3)$$

上面的辐射场表达是在自由空间时的情形。在 VLF/LF 频段地面可以看成是电导率无限大的导体平面,地面界条件可以用一个镜像偶极子来代替,考虑地面镜像作用后,地面辐射电场只有  $z$  方向,其值为式(A4)中  $z$  方向电场分量的两倍

$$E_z = i \frac{\omega^2 \sin^2 \theta I_l dl e^{-ikR}}{2 R} e^{i\omega t} = E_l e^{i\omega t} \quad (A4)$$

其中

$$E_l = i \frac{\omega^2 \sin^2 \theta I_l dl e^{-ikR}}{2 R} \quad (A5)$$

式(A5)即偶极子辐射场频域表达式。